ELEKTRODYNAMISCHE MAASSBESTIMMUNGEN

INSBESONDERE

ZURÜCKFÜHRUNG

DER

STROMINTENSITÄTS-MESSUNGEN

AUF MECHANISCHES MAASS.

VON

R. KOHLRAUSCH UND **W. WEBER.**

1.

Die Intensität eines elektrischen Stroms pflegt durch die Beobachtung entweder seiner *magnetischen*, oder *elektrodynamischen* oder endlich seiner *elektrolytischen* Wirkung bestimmt zu werden. Es können aber diese Wirkungen unter sehr verschiedenen Verhältnissen beobachtet werden und es ist Sache des Beobachters, diese Verhältnisse so zu wählen, wie er seinen Beobachtungen die grösste Vollkommenheit geben kann, während die *elektromagnetischen*, *elektrodynamischen* und *elektrolytischen Gesetze* dazu dienen, die unter verschiedenen Verhältnissen beobachteten Wirkungen auf einander zu *reduciren;* denn nur durch eine *Reduction der Beobachtungen auf gleiche Verhältnisse* kann man zu einer *Vergleichung der Stromintensitäten* gelangen. Diese *gleichen Verhältnisse* nun, auf welche alle unter verschiedenen Verhältnissen gemachten Beobachtungen reducirt werden sollen, nennt man die *Normalverhältnisse*, und durch Festsetzung dieser *Normalverhältnisse* wird *das Maass der Stromintensität* nach folgender Regel bestimmt:

> *Das Maass der Stromintensität* ist die Intensität desjenigen Stroms, welcher *unter den Normalverhältnissen* die Einheit der messbaren Wirkung hervorbringt.

Für die Beobachtungen der *magnetischen Wirkungen* eines Stroms sind die Normalverhältnisse folgende: *der Strom geht durch einen kreisförmigen Leiter, welcher die Flächeneinheit umschliesst, und wirkt auf einen Magnet, welcher die Einheit des Magnetismus besitzt, aus einer beliebigen aber grossen Entfernung* $= R$; *der Mittelpunkt des Magnets liegt in der Ebene des Leiters und seine magnetische Axe ist nach dem Mittelpunkte des kreisförmigen Leiters gerichtet.* — Das von dem Strome auf den Magnet ausgeübte *Drehungsmoment D* ist unter diesen Verhältnissen verschieden sowohl nach Verschiedenheit der Stromintensität, als auch nach Verschiedenheit der Entfernung R; das Product R^3D hängt aber blos von der Stromintensität ab und ist daher unter diesen Verhältnissen *die messbare Wirkung* des Stroms, wonach man also zum *Maass der Stromintensität* die Intensität desjenigen Stroms erhält, dessen messbare Wirkung unter den beschriebenen Verhältnissen

$$R^3D = 1$$

ist. — Dieses Maass der Stromintensität, ergiebt sich dann aus den *elektromagnetischen Gesetzen*, ist zugleich auch die Intensität desjenigen Stroms, welcher, wenn er eine Ebene von der Grösse der Flächeneinheit umfliesst, in der Ferne überall die Wirkungen eines im Mittelpunkte jener Ebene befindlichen Magnets ausübt, welcher die Einheit des Magnetismus besitzt und dessen magnetische Axe auf der Ebene senkrecht steht —; oder ist auch die Intensität desjenigen Stroms, von welchem eine *Tangentenboussole mit einfachem Multiplicatorkreise vom Halbmesser* $= R$ bei einer Ablenkung vom magnetischen Meridiane

$$\varphi = arc \tang \frac{2\pi}{RT},$$

wenn T den horizontalen Erdmagnetismus bezeichnet, *im Gleichgewichte* erhalten wird.

Für die Beobachtungen der *elektrodynamischen Wirkungen* eines Stroms sind die Normalverhältnisse folgende: *derselbe Strom geht durch zwei kreisförmige Leiter, von denen jeder die Flächeneinheit umschliesst und die in einer beliebigen aber grossen Entfernung $= R$ von einander liegen: die Durchschnittslinie beider auf einander senkrechten Kreisebenen halbirt den ersten kreisförmigen Leiter.* — Das von dem Strome im *ersten* Leiter auf den durchströmten *zweiten* Leiter ausgeübte, nach mechanischem Maasse ausgedrückte *Drehungsmoment D*, ist unter diesen Verhältnissen verschieden sowohl nach Verschiedenheit der Stromintensität, als auch nach Verschiedenheit der Entfernung R; das Product R^3D hängt aber blos von der Stromintensität ab und ist daher unter diesen Verhältnissen die *messbare Wirkung* des Stroms, wonach man also zum *Maass der Stromintensität* die Intensität desjenigen Stroms erhält, dessen messbare Wirkung unter den beschriebenen Verhältnissen

$$R^3D = 1$$

ist.

Für die Beobachtungen der *elektrolytischen Wirkungen* eines Stromes sind die Normalverhältnisse folgende: *der Strom geht durch Wasser* *während eines beliebigen genau messbaren Zeitraums T hindurch, ohne eine Änderung der Intensität zu erleiden.* — Die nach dem angenommenen Massenmaasse (Milligramm) ausgedrückte, von dem Strome zerlegte Wassermasse M ist unter diesen Verhältnissen verschieden sowohl nach Verschiedenheit der Stromintensität, als auch nach Verschiedenheit des (in Secunden ausgedrückten) Zeitraums T; der Quotient $\frac{M}{T}$ hängt aber blos von der Stromintensität ab und ist daher unter diesen Verhältnissen die *messbare Wirkung* des Stroms, wonach man also zum *Maass der Stromintensität* die Intensität desjenigen Stroms erhält, dessen messbare Wirkung unter den beschriebenen Verhältnissen

$$\frac{M}{T} = 1$$

ist.

Es bleibt nur übrig, um die Intensitäten aller Ströme, deren *magnetische, elektrodynamische* oder *elektrolytische* Wirkungen beobachtet worden sind, unter einander vergleichen zu können, die durch die oben beschriebenen Normalverhältnisse gegebenen drei Maasse auf einander zurückzuführen.

Für die *beiden ersten Maasse* ergiebt sich diese Zurückführung aus den *allgemeinen Gesetzen der Elektrodynamik*, welche, wie Ampère gezeigt hat, die Gesetze des Magnetismus und Elektromagnetismus mit umfassen, es ergiebt sich nämlich daraus, wie schon in den Elektrodynamischen Maassbestimmungen II. S. 261 nachgewiesen worden ist, dass das *erste* Maass sich zum *zweiten* verhält wie

$$\sqrt{2} : 1. *)$$

*) Es ist hiebei von Interesse zu bemerken, dass sich zwischen diesen beiden Maassen eine vollkommene Identität herstellen lassen würde, wenn man in den oben beschriebenen *Normalverhältnissen für die elektrodynamischen Wirkungen* das von dem Strome im *zweiten* Kreise auf den Strom im *ersten* Kreise ausgeübte Drehungsmoment statt des von dem Strome im *ersten* Kreise auf den im *zweiten* ausgeübten Drehungsmoments setzte. Der Grund, warum dies nicht geschieht, liegt blos darin, dass der von Ampère angegebene Ausdruck der Abstossungskraft zweier Stromelemente unverändert beibehalten werden soll, wonach, wenn α, α' die Länge beider Elemente, i, i' die Stromintensitäten, r die Entfernung, ε den Winkel zwischen α und α', θ den Winkel zwischen α und r, θ' den Winkel zwischen α' und der verlängerten r bezeichnet, jene Kraft durch

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr} ii' (\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta')$$

oder durch

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{rr} ii' (3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon)$$

Für das *dritte* Maass hat sich die Zurückführung auf das *erste* und also mittelbar auch auf das *zweite* durch gleichzeitige Beobachtungen der von einem und demselben Strome hervorgebrachten *magnetischen* und *elektrolytischen* Wirkungen ergeben. Aus der Vergleichung dieser auf die oben beschriebenen Normalverhältnisse reducirten Beobachtungen wurde nämlich gefunden, dass das *dritte Maass* der Stromintensität, oder die Intensität desjenigen Stroms, von welchem 1 Milligramm Wasser in 1 Secunde zersetzt wird, $106\frac{2}{3}$ Mal grösser ist, als das *erste Maass*, oder als die Intensität desjenigen Stroms, welcher, wenn er eine Ebene von der Grösse des Flächenmaasses umfliesst, in grossen Entfernungen überall dieselben Wirkungen hervorbringt, wie ein Magnet im Mittelpunkte jener Ebene, der die Einheit des Magnetismus besitzt und dessen

---

dargestellt wird. Aus dem Ampère'schen *Fundamentalgesetze der Elektrodynamik* folgt im Allgemeinen aber nur, dass jene Kraft diesem Ausdrucke *proportional* ist, wonach also die Kraft selbst, wenn man das Maass der Stromintensität noch unbestimmt lässt, durch das Product dieses Ausdrucks in eine beliebige Constante dargestellt wird, also durch

$$-C \cdot \frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii' \left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right)$$

oder durch

$$D \cdot \frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii' \left(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon\right),$$

worin C oder D die erwähnte Constante bezeichnet. Ampère hat nun zur Feststellung eines bestimmten Stromintensitätsmaasses der Constanten C den Werth $C = 1$ oder der Constanten D den Werth $D = \frac{1}{2}$ beigelegt und hat dadurch den schon erwähnten Ausdruck der Abstossungskraft zweier Stromelemente

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii' \left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii' \left(3\cos\theta\cos\theta - 2\cos\varepsilon\right)$$

erhalten, welcher sich für zwei parallele auf r senkrechte Stromelemente, für die $\varepsilon = 0$ und $\theta = \theta' = 90^\circ$ ist, auf

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii'$$

reducirt. Es würde aber, der Übereinstimmung mit den elektromagnetischen Messungen wegen, zweckmässiger gewesen sein, $D = 1$ oder $C = 2$ zu setzen, wo dann der Ausdruck der Abstossungskraft zweier Stromelemente

$$\frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii' \left(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon\right) = -2\,\frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii' \left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right)$$

geworden wäre, und sich für zwei mit r zusammen fallende Stromelemente, für die $\theta = \theta' = \varepsilon = 0$ ist, auf

$$\frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii'$$

reducirt hätte. In Übereinstimmung hiemit würde die angeführte *Änderung der Normalverhältnisse für die elektrodynamischen Stromwirkungen* stehen und dadurch eine vollkommene Identität des *elektrodynamischen* Maasses der Stromintensität mit dem *magnetischen* gewonnen werden.

magnetische Axe auf der Ebene senkrecht steht. Siehe »Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1840«, S. 96, und Casselmann »Über die galvanische Kohlenzinkkette. Marburg 1844.« S. 70.

2.

Die Intensität eines elektrischen Stroms lässt sich aber nicht blos aus seinen *Wirkungen*, sondern auch aus seinen *Ursachen* bestimmen. Die nächsten Ursachen eines elektrischen Stroms liegen aber in der Masse des neutralen elektrischen Fluidums, welche in einem geschlossenen Leiter enthalten ist, und in der Geschwindigkeit, mit welcher die beiden Bestandtheile desselben, nämlich die Masse des *positiven* und *negativen* Fluidums, gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen sich bewegen. Auf Grund dieser *Ursachen* wird *das Maass der Stromintensität* folgender Maassen festgestellt:

> Das Maass der Stromintensität ist die Intensität desjenigen Stroms, welcher *hervorgebracht* wird durch eine solche Geschwindigkeit der beiden elektrischen Fluida, bei welcher die durch den Querschnitt des Leiters fliessende Masse jedes Fluidums dividirt durch die Zeit, in welcher sie durchfliesst, $=1$ ist.

Dieses Maass ist *das mechanische Maass der Stromintensität*, und es ist die Aufgabe dieser Abhandlung, die im vorigen Artikel beschriebenen Maasse auf dieses Maass zurückzuführen, welches im Wesen des Stroms am einfachsten begründet liegt und daher bei Fundamentalbestimmungen vor den andern Maassen den Vorzug verdient.

Zurückführung des magnetischen, elektrodynamischen und elektrolytischen Maasses der Stromintensität auf mechanisches Maass.

3.

Es ist bisher noch kein Versuch gemacht worden, Stromintensitäten nach *mechanischem Maasse* zu bestimmen, und noch weniger die nach andern Maassen bestimmten Stromintensitäten auf dieses Maass *zurückzuführen*. Man weiss blos, dass die *Elektricitätsmenge*, welche selbst bei schwachen, mit den geringsten galvanischen Mitteln dargestellten, Strömen durch den Querschnitt der geschlossenen Kette fliesst, auch für eine sehr kurze Zeit schon sehr gross sein müsse, da die kräftigste Elektrisirmaschine, deren Conductor mit dem Reibzeuge durch einen Leitungsdraht verbunden wird, einen viel schwächeren Strom giebt, als ein einziges galvanisches Element, welches durch einen Leitungsdraht von mässig grossem Widerstande geschlossen wird.

Der Mangel an Bestimmungen der Stromintensität nach *mechanischem Maasse* hat seinen Grund in den Schwierigkeiten, die ihre Ausführung findet, während die Bestimmung der Stromintensitäten nach den andern oben angeführten Maassen sehr leicht ist und dabei einen viel höhern Grad von Genauigkeit gestattet. Die letztern Maasse werden daher für den *praktischen* Gebrauch zunächst immer in Anwendung kommen, und es handelt sich wesentlich nur darum, dass nur irgend *einmal* eine einzige nach einem von diesen letztern Maassen bekannte Stromintensität auch nach *mechanischem Maasse* so genau wie möglich gemessen werde, um das Grössenverhältniss des *mechanischen Maasses* zu einem von jenen Maassen zu ermitteln und dadurch in den Stand gesetzt zu werden, alle nach jenen Maassen gemachten Bestimmungen *auf mechanisches Maass zurückzuführen.*

Zu einer solchen Messung fehlt es vor Allem an der Kenntniss der in einem geschlossenen Leiter in Strömung begriffenen *Elektricitätsmenge*, oder vielmehr, weil diese Kenntniss während der Stömung gar nicht zu erlangen ist, an der Kenntniss einer *Elektricitätsmenge, welche in Strömung versetzt werden soll, und die z. B. in einer Leidener Flasche sich vorher schon angesammelt befindet.* Man besitzt dazu blos die vorzüglich von Coulomb herrührenden Mittel und Methoden, die Elektricität zu messen, von denen aber zur Messung der in einer geladenen Leidener Flasche angesammelten Elektricität noch nie Gebrauch gemacht worden ist.*)

*) Buff hat in den »Annalen der Chemie und Physik« Bd. 86. S. 33 mit Hülfe seiner Tangentenboussole mit langem Leitungsdrahte gefunden, dass die Elektricitätsmenge, durch welche 1 Milligramm Wasserstoff aus 9 Milligrammen Wasser elektrisch ausgeschieden wird, wenn man die Mittel besässe dieselbe zu verdichten, hinreichen würde, eine Batterie von 45480 Leidener Flaschen von 480 Millimeter Höhe und 160 Millimeter Durchmesser bis zu einer Schlagweite von 100 Millimeter zu laden. Diese Bestimmung von Buff ist die beste und genaueste, welche existirt, genügt aber noch nicht zur Bestimmung der *Elektricitätsmenge*, welche in diesen Flaschen enthalten ist, wozu nach *mechanischen Principien* die Kenntniss der *Abstossungskraft* erforderlich ist, welche diese in einem Punkte concentrirte *Elektricitätsmenge* auf eine gleiche in einem

Die Frage nach der *Elektricitätsmenge*, welche sich in einer Leidener Flasche angesammelt befindet, ist öfters aufgeworfen worden: sie ist, wenn sie gründlich gelöst und die *Elektricitätsmenge* durch die *Kräfte* bestimmt wird, welche sie auszuüben vermag, keineswegs eine blosse Frage der Neugier, sondern es knüpfen sich daran wichtige Bestimmungen, welche der Elektricitätslehre gegenwärtig noch fehlen und ihr den Weg zu interessanten Untersuchungen bahnen können. *)

Zu den *elektrodynamischen Maassbestimmungen* steht diese die Elektricitätsmenge in einer Leidener Flasche betreffende Frage in einer besondern Beziehung, die jedenfalls nähere Beachtung verdient. Im ersten Theile dieser Maassbestimmungen ist ein Grundgesetz der elektrischen Wirkung aufgestellt, welches die *Elektrostatik*, *Elektrodynamik* und *Induction* zugleich umfasst. Es ist nach diesem Grundgesetze die Kraft, welche die elektrische Masse e auf die elektrische Masse e' aus der Entfernung r ausübt, nicht blos eine Function dieser *Entfernung*, sondern zugleich eine Function des Bewegungszustands der beiden elektrischen Massen gegen einander, welcher durch ihre *relative Geschwindigkeit* $\frac{dr}{dt}$ und *Beschleunigung* $\frac{ddr}{dt^2}$, mit welcher sie die Entfernung r passiren, gegeben ist. In diesem Grundgesetze der elektrischen Wirkung:

$$\frac{ee'}{rr}\left[1-\frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2}-2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]$$

---

andern davon entfernten Punkte concentrirte Elektricitätsmenge ausüben würde; an der Kenntniss dieser *Abstossungskraft* fehlt es aber noch und es ist mit den mannichfaltigen Mitteln und Methoden, welche von Coulomb und Anderen angegeben worden sind, solche Kräfte zu messen, bisher nicht versucht worden, auch nur eine genäherte Kenntniss davon zu erlangen.

*) Dahin gehört erstlich, wenn man beachtet, dass die meisten Anwendungen der Naturgesetze von der Werthbestimmung gewisser Constanten abhängen, die Bestimmung der unbekannten *Constanten der Elektricitätslehre*, die grossentheils von der Lösung obiger Frage abhängt. — Es ist ferner sehr wahrscheinlich, dass eine Bestimmung der zur *Wasserzersetzung* erforderlichen Elektricität durch die Kräfte, die sie auszuüben vermag, zur Untersuchung derjenigen Kräfte würde benutzt werden können, welche bei der Zersetzung des Wassers wirksam sind; und dass auf gleiche Weise eine Bestimmung der Elektricitätsmenge, durch die ein Draht in bestimmter Frist zum *Erglühen* gebracht wird, durch die *Kräfte*, die sie auszuüben vermag, zur näheren Einsicht in die bei der Wärmeerzeugung wirksamen Kräfte führen würde u. s. w. Im zweiten Theile werden einige von diesen Anwendungen näher erörtert werden.

bedeutet *die Constante c diejenige relative Geschwindigkeit, bei welcher, so lange sie unverändert bleibt, die elektrischen Massen gar keine Wirkung auf einander ausüben würden.* Im zweiten Theile dieser Maassbestimmungen ist sodann entwickelt worden, wie die Werthbestimmung dieser *Constanten c* die Möglichkeit bietet, nicht blos die Messungen der elektromotorischen Kräfte, sondern auch die Stromintensitätsmessungen auf die *Maasse der Mechanik* zurückzuführen, und es ist daselbst die Relation angegeben, nach welcher aus der *Constanten c* die *Elektricitätsmenge* bestimmt werden kann, welche bei den auf die magnetischen und elektrodynamischen Stromwirkungen begründeten Maasseinheiten der Stromintensität in der Zeiteinheit den Querschnitt des Leiters passirt. Umgekehrt würde also auch die auf andern Wegen erworbene Kenntniss dieser *Elektricitätsmenge* zur Werthbestimmung jener *Constanten c* führen, auf die unsere Aufmerksamkeit durch obiges Grundgesetz besonders gelenkt ist. Die Bestimmung einer solchen in der Natur gegebenen *Constante* ist ein für feinere Messung besonders geeigneter Gegenstand. Im vorliegenden Falle lässt sich diese Bestimmung auf folgende Aufgabe zurückführen.

4.

Aufgabe.

Es soll diejenige *Elektricitätsmenge* bestimmt werden, welche bei einem Strome von der Intensität der auf die *magnetische* oder *elektrodynamische* oder *elektrolytische* Wirkung begründeten Maasseinheit in der Zeiteinheit den Querschnitt des Leiters passirt, und zwar soll diese Elektricitätsmenge *durch die Grösse der von ihr ausgeübten elektrostatischen Grundkraft* bestimmt werden; oder specieller:

> *es sei ein constanter Strom gegeben, von welchem eine Tangentenboussole mit einfachem Multiplicatorkreise vom Halbmesser* $= R$ *bei einer Ablenkung* $\varphi =$ arc tang $\frac{2\pi}{RT}$ *im Gleichgewichte erhalten wird, wenn T die Intensität des die Boussole lenkenden horizontalen Erdmagnetismus bezeichnet: es soll bestimmt werden, wie die Elektricitätsmenge, welche bei einem solchen Strome in 1 Secunde durch den Querschnitt des Leiters fliesst, sich zu der Elektricitätsmenge auf jeder von zwei kleinen gleich geladenen Kugeln verhält, welche einander aus der Einheit der Entfernung mit der Einheit der Kraft abstossen. Es soll dabei zur Einheit der Kraft diejenige Kraft*

genommen werden, welche der Masse eines Milligramms in 1 Secunde die Einheit der Geschwindigkeit ertheilt.

Der gegebene *Strom* ist nach obiger Bestimmung ein solcher, welcher, wenn er eine Ebene von der Grösse der Flächeneinheit umfliesst, in der Ferne ganz gleiche Wirkungen ausübt wie ein Magnet, welcher die Einheit des magnetischen Moments besitzt, d. i. derjenige Strom, dessen Stärke gewöhnlich bei Beobachtungen mit der Tangentenboussole zum Maasse für die Stärke aller andern Ströme gewählt wird; und die auf jeder der kleinen Kugeln vorhandene *Elektricitätsmenge* ist diejenige, welche bei elektrostatischen Messungen mit der Coulomb'schen Drehwage als Maasseinheit zum Grunde gelegt zu werden pflegt.

5.

Plan zur Lösung der Aufgabe.

Wenn *eine auf einem isolirten Leiter angesammelte Elektricitätsmenge E* durch den Multiplicator eines Galvanometers zur Erde hin entladen wird, so übt sie während ihres Durchfliessens ein Drehungsmoment auf die Magnetnadel des Galvanometers aus. Hat man nun auch durch Einschaltung von *Wassersäulen* in die Strombahn die *Entladungszeit* so viel als nöthig ist verlängert, damit zwischen den Windungen des Multiplicators kein Funke überspringt, sondern alle Windungen nach einander vom Entladungsstrome durchlaufen werden, so bildet diese *Entladungszeit* doch immer nur einen äusserst kleinen Bruchtheil von der *Schwingungsdauer* der Magnetnadel, so dass auch derjenige Theil der Bahn, den die Nadel während dieser *Entladungszeit* (also während der Wirkung des Entladungsstroms) zurücklegt, verschwindend klein ist gegen die ganze Bahn der Nadel, d. i. gegen die Grösse der *Elongation*, zu welcher die Nadel nach Verlauf einer *halben Schwingungsdauer* gelangt. Die Wirkung des Entladungsstroms kann daher wie ein *Stoss* betrachtet werden, welcher der Nadel in ihrer Ruhelage ertheilt wird, wonach aus der *Beobachtung der ersten Elongation der Nadel nach der Entladung* die im Augenblicke des Stosses selbst der Nadel vom Entladungsstrome ertheilte *Angulargeschwindigkeit* nach bekannten Schwingungsgesetzen berechnet werden kann.

Übrigens verhält sich hiebei Alles ganz so, wie bei einem *Inductionsstosse*, auch darin, dass die Beschaffenheit des Entladungsstroms ganz gleichgültig ist, möge er aus vielen getrennten aber schnell auf einander folgenden Partialentladungen bestehen, oder möge er stetig sein mit einer nach irgend einem Gesetze rasch bis zu Null abnehmenden Intensität, — *immer wird die Angulargeschwindigkeit, welche der Nadel dadurch ertheilt wird, ganz allein von der Elektricitätsmenge E abhängen.**)

Mit einem *constanten Strome* können wir der Nadel desselben Galvanometers einen ähnlichen *Stoss* ertheilen, wenn wir den Strom nur eine sehr kurze Zeit wirken lassen, und zwar wird die erste Elongation dieselbe sein, der Strom mag mit der Intensität i während der Zeit t, oder mit der grösseren Intensität ni während der kürzeren Zeit $\frac{1}{n}t$ gewirkt haben: ist nämlich die Stromdauer t gegen die Schwingungsdauer der Nadel sehr klein, so wird die *Angulargeschwindigkeit* stets gleich gefunden.**) Es fliesst aber in der Zeit t bei der Intensität i genau dieselbe *Elektricitätsmenge* durch den Querschnitt des Leiters, wie bei der Intensität ni in der Zeit $\frac{1}{n}t$.

Also auch in diesem Falle, wenn wir der Nadel durch einen *constanten Strom von kurzer Dauer* einen *Stoss* ertheilen, hängt die *Angulargeschwindigkeit* und folglich auch die *Elongation* der Nadel *lediglich und ganz allein von der Elektricitätsmenge ab, welche während der Dauer des Stroms durch den Querschnitt des Multiplicators sich bewegt hat.*

Haben wir nun bei demselben Multiplicator *einmal* durch die Entladung einer bekannten Menge E von positiver Elektricität, *das andere*

*) Man findet dies durch alle Versuche bestätigt. Die Elongation ist nicht nur, wie unter andern die Versuche in Anhang II zeigen, proportional der entladenen *Elektricitätsmenge*, sondern ist auch unabhängig von der *Entladungszeit* innerhalb weiter Grenzen; denn es ist einerlei, wie lang oder kurz die Wassersäule ist, welche man einschaltet, sobald nur nicht Windungen des Multiplicators übersprungen werden, oder die Entladungszeit so verlängert wird, dass die Wirkung des Entladungsstroms noch fortdauert, wenn die Nadel schon merklich aus der Ruhelage gewichen ist.

**) Die *Beschleunigung*, welche einer Nadel, deren magnetisches Moment M und deren Trägheitsmoment K ist, durch einen *constanten Strom* von der Intensität i ertheilt wird, ist, so lange die Richtung ihrer magnetischen Axe von der Ebene der Multiplicatorwindungen wenig abweicht, $=\frac{AMi}{K}$, wo A eine von den Dimensionen des Multiplicators und der Vertheilung des Nadelmagnetismus abhängige Constante bedeutet. Hieraus folgt die während der Zeit t ertheilte *Angulargeschwindigkeit* $=\frac{AMit}{K}$, deren Werth unverändert bleibt, wenn ni für i und gleichzeitig $\frac{1}{n}t$ für t gesetzt wird.

Mal durch sehr kurze Dauer eines constanten Stroms *gleiche Elongationen der Magnetnadel* hervorgebracht, so kann man daraus schliessen, *dass die positive Elektricitätsmenge x, welche während der kurzen Dauer des constanten Stroms durch den Querschnitt des Leiters floss,*

$$x = \tfrac{1}{2}E$$

ist, ein Resultat, von dessen Richtigkeit man sich leicht überzeugt, welche Vorstellung man auch von dem Vorgange im Innern der Conductoren während der Entladung haben möge.

Wollte man z. B. von der Entladung annehmen, die *ganze* angesammelte *positive* Elektricitätsmenge E sei allein blos in der Richtung zur Erde, oder eine ihr *gleiche* Menge *negativer* Elektricität sei allein blos in der entgegengesetzten Richtung von der Erde aus durch den *ganzen* Multiplicator geströmt, so würde die magnetische Wirkung eines solchen *Entladungsstromes* genau gleich der Wirkung eines Stromes sein, bei welchem nur die *Hälfte* jener positiven Elektricitätsmenge in der angegebenen Richtung durch jeden Querschnitt des Leiters fliesst, zugleich aber eine gleiche negative Elektricitätsmenge in der entgegengesetzten Richtung, ein Vorgang, wie er bei jenem *constanten Strome* angenommen wird. — Sollte man aber der entgegengesetzten Ansicht sein, dass nämlich gar nichts von der im isolirten Leiter angesammelten Elektricitätsmenge E selbst (und eben so wenig von der in der Erde befindlichen) durch die gesammten Windungen des Multiplicators hindurchfliesse, sondern dass dieselbe blos einen Doppelstrom im Drahte *veranlasse*, in welchem so grosse Massen neutralen Fluidums enthalten seien, dass eine sehr kleine Verschiebung dieser Massen genüge, um dem isolirten Leiter so viel negative Elektricität zuzuführen, dass die darin angesammelte positive Elektricität E neutralisirt wird, so würde man auch hiernach zu demselben Ergebniss gelangen; denn es würde alsdann der ganze Ableitungsdraht in eine sehr grosse Zahl kleiner Abtheilungen zerlegt werden können, so dass aus jeder Abtheilung in die nächst *folgende* die Elektricitätsmenge $+\tfrac{1}{2}E$, in die nächst *vorhergehende* die Elektricitätsmenge $-\tfrac{1}{2}E$ überginge, folglich aus der letzten Abtheilung die Elektricitätsmenge $+\tfrac{1}{2}E$ in die Erde abströmte, welche der ersten Abtheilung des Drahts aus dem isolirten Leiter ersetzt würde, während aus der ersten Abtheilung die Elektricitätsmenge $-\tfrac{1}{2}E$ in den isolirten Leiter abströmte und die darin zurückgebliebene Elektricität neutralisirte, welche aber der letzten Abtheilung des Drahts aus der

Erde ersetzt wird. — Wäre man endlich auch anzunehmen genöthigt, dass etwas mehr als die Hälfte der positiven Elektricitätsmenge E vom isolirten Leiter zum Drahte überginge, mithin etwas weniger als $-\frac{1}{2}E$ an negativer Elektricität in der entgegengesetzten Richtung vom Drahte zum isolirten Leiter überginge, so ändert auch dies nichts am Resultate, weil die magnetische Wirkung von der Summe der beiden bewegten Elektricitäten bedingt wird. —

Genug, *den Stoss*, welchen die Nadel erhält, wenn die *angesammelte Elektricitätsmenge* E durch den Multiplicator *entladen* wird, *eben denselben* erhält sie auch, wenn ein *constanter Strom* während eines solchen Zeitraums τ durch den Multiplicator geht, dass genau die *Hälfte* von E *an positiver Elektricität* in der Richtung des Stroms und eben so viel *an negativer Elektricität* in entgegengesetzter Richtung durch jeden Querschnitt geht, vorausgesetzt, dass der Zeitraum τ nur einen sehr kleinen Theil der Schwingungsdauer der Nadel bildet.

Hienach läuft die Lösung der Aufgabe auf folgende *zwei Punkte* hinaus:

1) die Elektricitätsmenge E in dem angegebenen elektrostatischen Maasse zu messen und bei ihrer Entladung die Elongation der Magnetnadel eines Galvanometers zu beobachten;

2) die kleine Zeit τ zu bestimmen, während welcher ein constanter Strom von der Intensität $= 1$ (nach magnetischem Maasse) durch den Multiplicator desselben Galvanometers gehen muss, damit er der Nadel dieselbe Elongation ertheile.

Multiplicirt man dann $\frac{1}{2}E$ mit der Zahl, welche anzeigt, wie oft τ in der Secunde enthalten ist, so erhält man durch $\frac{1}{2\tau}\cdot E$ die *positive Elektricitätsmenge* ausgedrückt, welche bei einem Strome, dessen Intensität nach magnetischem Maasse $= 1$ ist, während der Secunde in der Richtung des Stromes den Querschnitt des Leiters passirt; oder mit andern Worten: es ist

$$\frac{1}{2\tau}\cdot E : 1$$

das Verhältniss, in welchem diese den Querschnitt passirende *positive Elektricitätsmenge* zu derjenigen steht, welche der Messung der im isolirten Leiter angesammelten Elektricitätsmenge E als Maass zum Grunde gelegt worden ist, die nämlich auf jeder von zwei kleinen Kugeln sich befinden muss, wenn sie sich aus der Entfernung = 1 mit der Kraft = 1 abstossen sollen.

Was zunächst den *zweiten* Punkt betrifft, so bedarf es zur Bestimmung von τ keiner besondern Versuche; denn es lässt sich der Werth von τ durch Rechnung aus der Zahl und den Dimensionen der Windungen des Multiplicators, aus der bei der Entladung beobachteten Elongation der Tangentenboussole und aus der Intensität des Erdmagnetismus weit genauer bestimmen, als es durch directe Versuche möglich sein würde, wie man im Art. 13 sehen wird.

Der *erste* Punkt aber, welcher die Bestimmung der Elektricitätsmenge E betrifft, fordert eine Combination mehrerer Versuche, welche Art. 6—12 beschrieben werden sollen. Es kam dabei nämlich darauf an, *erstens* eine noch unbekannte grössere Elektricitätsmenge in einem *vorher* bestimmten Verhältnisse in zwei Theile zu theilen, *sodann* den *grössern* Theil E durch die Tangentenboussole zu *entladen*, um seine magnetische Wirkung zu beobachten, *endlich* aber den *kleineren* Theil durch die von ihm in der Coulomb'schen Drehwage ausgeübte elektrische Kraft zu messen, um dadurch auch den entladenen Theil E nach demselben Maasse gemessen zu erfahren.

Zum Gefässe für jene Elektricitätsmenge, deren Theil E nicht unbedeutend sein durfte, wenn seine Entladung eine genau messbare Wirkung auf die Nadel der Tangentenboussole hervorbringen sollte, schien eine *Leidener Flasche*, deren äussere Belegung gut leitend mit der Erde verbunden war, am meisten geeignet. Es wurde also (Art. 6) zunächst *das Verhältniss* erforscht, in welchem sich *die positive Ladung dieser Flasche* zwischen ihr und *einer grossen isolirten Kugel* theilte, wenn letztere mit dem Knopfe der Flasche berührt wurde. Mit Hülfe des *Sinuselektrometers* wurde das Verhältniss $n:1$ bestimmt, in welchem die Ladung der Flasche *vor* Berührung der grossen Kugel zu ihrer Ladung *nachher* stand, woraus sich das Verhältniss $1:(n-1)$ ergab, in welchem die in der Flasche zurückgebliebene Elektricitätsmenge E zu der an die Kugel übergegangenen steht.

Nach einer mehrmals wiederholten genauen Bestimmung dieses *Verhältnisses* wurde zur Messung der nach einer solchen Theilung an die grosse Kugel übergegangenen Elektricitätsmenge fortgeschritten, zu welchem Ende die grosse Kugel, sogleich nach erfolgter Ladung durch

Berührung mit der Leidener Flasche selbst wieder mit der 1 Zoll grossen *Standkugel* einer in grossem Maassstabe ausgeführten *Coulomb'schen Drehwage* berührt wurde. Das Verhältniss, in welchem sich die Elektricität zwischen diesen beiden Kugeln theilt, kann aus dem Verhältniss ihrer Halbmesser berechnet werden, wie Poisson und Plana bewiesen haben. Es ist dies in Artikel 8 geschehen, wonach also aus der auf die *Standkugel der Drehwage* übergegangenen Elektricitätsmenge e die Ladung gefunden werden kann, welche die *grosse Kugel* von der Leidener Flasche erhalten hat und mithin auch die in der Leidener Flasche zurückgebliebene, welche zum *Entladungsstrome* verwendet wurde, dessen *magnetische Wirkung* beobachtet werden sollte.

Die Elektricitätsmenge e wurde aber gemessen, nachdem die *Standkugel* der Coulomb'schen Drehwage, in der sie enthalten war, mit der gleich grossen *beweglichen Kugel* berührt und dadurch e zwischen diesen beiden Kugeln gleich getheilt worden war. Es wurde nämlich sodann (Artikel 7) aus Beobachtungen über die allmählige Abnahme der Torsion, welche erforderlich war, um die beiden Kugeln in einer *bestimmten Entfernung* von einander zu erhalten, diejenige Torsion berechnet, welche im ersten Augenblicke erforderlich gewesen sein würde, wenn in demselben die Ladung der grossen Kugel durch die Leidener Flasche, der Standkugel durch die grosse, und der beweglichen durch die Standkugel mit der Beobachtung der Torsion zugleich hätte geschehen können. — Artikel 9 findet man diejenige *Elektricitätsmenge* ε berechnet, welche, zwischen den beiden Kugeln der Drehwage gleich getheilt, bei der nämlichen Entfernung die *Einheit des Drehungsmoments* auf die Wage ausüben würde, wobei auf die ungleichförmige Vertheilung der Elektricität auf den Kugeloberflächen Rücksicht genommen werden musste. — Artikel 10 findet man aus verschiedenen Beobachtungen diejenige *Torsion* der Drehwage bestimmt, die ebenfalls die *Einheit des Drehungsmoments* auf die Wage ausüben würde. — Mit Hülfe der in Art. 9. 10 enthaltenen Bestimmungen liess sich dann leicht aus der in Art. 7 gefundenen Torsion die Elektricitätsmenge e selbst bestimmen und mithin auch die, welche in der Leidener Flasche zurückgeblieben war, was Artikel 11 geschehen, wo die letztere mit E' bezeichnet worden ist, um sie von der zum Entladungsstrome, dessen magnetische Wirkung bestimmt werden sollte, verwendeten Elektricitätsmenge E zu unterscheiden. — In der kurzen Zwischenzeit von dem Augenblicke der Theilung bis zum Augenblicke der Entladung der in der Leidener Flasche zurückgebliebenen Elektricität ändert sich nämlich die Ladung der Flasche ein wenig theils durch den Elektricitätsverlust an die Luft, theils durch eine Änderung des *Rückstands* in der Flasche, und obschon diese Änderung bei einer so kurzen Zwischenzeit von etwa nur 3 Secunden und bei der vortrefflichen Qualität der zu diesen Versuchen ausgewählten Flasche äusserst geringfügig war, so ist sie doch Art. 12 in Rechnung gezogen, woraus man wenigstens ersehen wird, wie bei andern Flaschen und bei längeren Zwischenzeiten die Änderung $E-E'$ zu bestimmen sein würde.

Mit Hülfe der S. 233 erwähnten, in Artikel 13 enthaltenen, Bestimmung von τ ist endlich Artikel 14 die Grösse $\frac{1}{2\tau}.E$ berechnet, und damit die oben gestellte Aufgabe gelöst. Die folgenden Artikel enthalten grossentheils *Anwendungen*, zu denen auch die Bestimmung der mehrmals erwähnten *Constante c* gehört.

Die beiden *Anhänge* enthalten eine genauere Beschreibung der *Drehwage* und der *Tangentenboussole;* die des *Sinuselektrometers* siehe Poggendorffs Annalen 1853. Bd. 88.

Aus der befriedigenden Übereinstimmung aller ohne Auswahl mitgetheilten Versuche (von denen die in Art. 6. 7 am schwierigsten auszuführen waren) lässt sich abnehmen, dass das Resultat auf 1 bis 2 Procent als genau betrachtet werden darf. Die Rechnung ist auf noch kleinere Bruchtheile genau geführt worden, damit die Bestimmung der Unsicherheit des Resultats blos von der Grösse der unvermeidlichen Beobachtungsfehler abhänge.

6.

Bestimmung des Verhältnisses, nach welchem sich die Elektricität zwischen der inneren Belegung einer Leidener Flasche und einer grossen Kugel theilt, während die äussere Belegung der Flasche mit der Erde verbunden ist.

Die folgende Tafel giebt die Resultate zweier mit dem *Sinuselektrometer* ausgeführten Beobachtungsreihen über die Abnahme der Ladung einer Leidener Flasche durch Mittheilung an eine grosse ungeladene Kugel, welche mit dem Knopfe der Flasche berührt wurde, während die äussere Belegung der Flasche mit der Erde gut leitend verbunden war.

Die Leidener Flasche war vorher mit dem Sinuselektrometer durch einen Leitungsdraht verbunden worden, dessen Ende in einer kleinen, am Knopfe der Flasche angebrachten, Vertiefung lag. Dieses Ende des

Leitungsdrahts wurde, nachdem der Stand des Sinuselektrometers beobachtet worden, an einem seidenen Faden in die Höhe gehoben und darauf die grosse Kugel mit dem Knopfe der Flasche berührt, wobei die äussere Belegung der Flasche mit der Erde immer in leitender Verbindung erhalten wurde. Bei 2-, 3-, 4maliger Berührung folgten die einzelnen Berührungen so schnell auf einander, als die jedesmal dazwischen auszuführende vollständige Entladung der grossen Kugel es gestattete. Wurde dann das Sinuselektrometer, welches in der Zwischenzeit nur einen geringen Verlust an die Luft erlitten hatte, durch den am seidenen Faden isolirt gehaltenen Leitungsdraht wieder mit der Flasche verbunden, so wurde die in Ruhe befindliche Elektrometernadel dadurch nur in sehr geringe Schwankung gebracht, weil die Flasche von ihrer Ladung durch Berührung der Kugel verhältnissmässig wenig verliert und weil dieser Verlust näherungsweise durch den verhältnissmässig noch geringeren Verlust an die Luft, welchen die Flasche im Vergleich mit dem Sinuselektrometer erleidet, ausgeglichen wird, woraus sich die Kürze der Zeit erklärt, in welcher, namentlich gegen das Ende jeder Versuchsreihe, die einzelnen Messungen bewerkstelligt werden konnten.

Genaue Zeitbestimmungen für die Augenblicke aller einzelnen Berührungen liessen sich nicht machen, und es beruhen daher die Angaben, welche die folgende Tafel darüber enthält, auf blosser Schätzung, die jedoch auf 1—2 Secunden als zuverlässig betrachtet werden darf, eine Genauigkeit, die hiebei vollkommen genügte. Beide Reihen wurden am 2. April 1854 im physikalischen Institut in Göttingen gemacht.

Nr.	Erste Reihe.		
	Zeit	Sinuselektrometer Ablenkung der Nadel	n
1.	8^h 49′ 54″	32° 36′2	
2.	50′ 0″	(4malige Berührung)	1,0324
3.	51′ 25″	24° 13′7	
4.	53′ 46″	23° 31′3	
5.	53′ 52″	(4malige Berührung)	1,0299
6.	54′ 42″	17° 45′6	
7.	58′ 56″	14° 49′3	
8.	59′ 2″	(4malige Berührung)	1,0167
9.	59′ 55″	12° 47′6	
10.	9^h 2′ 7″	12° 34′3	
11.	2′ 13″	(4malige Berührung)	1,0325
12.	2′ 50″	9° 41′7	
13.	4′ 12″	9° 41′7	

14.	4' 18"	(4malige Berührung)	1,0355
15.	4' 53"	7° 21'3	
16.	7' 22"	7° 30'2	
17	7' 28"	(4malige Berührung)	1,0311
18.	8' 9"	5° 51'2	
19.	10' 7"	4° 48'3	
20.	10' 13"	(4malige Berührung)	1,0305
21.	10' 51"	4° 32'9	

	Zweite Reihe.		
Nr.	Zeit	Sinuselektrometer Ablenkung der Nadel	n
1.	9h 40' 7"	46° 30'5	
2.	41' 57"	44° 9'0	
3.	42' 0"	(1malige Berührung)	1,0330
4.	42' 23"	40° 23'9	
5.	44' 0"	39° 10'5	
6.	44' 3"	(1malige Berührung)	1,0308
7.	44' 23"	36° 15'7	
8.	46' 24"	35° 11'7	
9.	46' 27"	(1malige Berührung)	1,0379
10.	46' 51"	32° 24'6	
11.	48' 24"	32° 46'6	
12.	48' 27"	(1malige Berührung)	1,0490
13.	48' 51"	29° 21'1	
14.	51' 41"	28° 31'0	
15.	51' 44"	(1malige Berührung)	1,0390
16.	52' 9"	26° 14'2	
17.	52' 52"	26° 14'2	
18.	52' 55"	(1malige Berührung)	1,0375
19.	53' 25"	24° 14'7	
20.	58' 30"	19° 41'9	
21.	58' 33"	(1malige Berührung)	1,0303
22.	59' 1"	18° 27'6	
23.	10h 5' 52"	17° 42'6	
24.	5' 56"	(2malige Berührung)	1,0328
25.	6' 28"	15° 30'1	
26.	7' 14"	15° 30'1	
27.	7' 19"	(3malige Berührung)	1,0338
28.	7' 45"	12° 38'7	
29.	10' 13"	12° 38'7	
30.	10' 19"	(4malige Berührung)	1,0315
31.	11' 27"	9° 50'0	
32.	12' 44"	9° 50'0	
33.	12' 50"	(4malige Berührung)	1,0292
34.	13' 27"	7° 47'8	

In dieser Tafel ist in der *letzten* Columne unter n das *Verhältniss* angegeben, in welchem die Ladung der Flasche vor der Berührung mit der Kugel zu der Ladung nach der Berührung stand, allemal für den Augenblick der Berührung aus den beiden unmittelbar vorher und nachher gemachten, in der *zweiten* und *dritten* Columne enthaltenen, Beobachtungen nach folgender Regel berechnet:

$q_{\prime\prime} q_{\prime\prime}$ und $q_{\prime} q_{\prime}$ bezeichne den Sinus der beobachteten Ablenkung für die beiden vorhergegangenen Beobachtungszeiten,

$q' q'$ und $q'' q''$ den Sinus der beobachteten Ablenkung für die beiden nachfolgenden Beobachtungszeiten,

$-t_{\prime\prime}$, $-t_{\prime}$, t', t'' die zugehörigen Beobachtungszeiten vom Augenblick der Berührung an gerechnet,

m die Zahl, wie oft die Berührung wiederholt wird;

so ist

$$n = \sqrt[m]{\frac{t''-t'}{t_{\prime\prime}-t_{\prime}} \cdot \frac{t_{\prime\prime} q_{\prime} - t_{\prime} q_{\prime\prime}}{t'' q' - t' q''}}\ ^{*)}$$

---

*) Aus den Beobachtungen der Ablenkung der Nadel in der dritten Columne und der Zeit in der zweiten Columne ergeben sich unmittelbar die Werthe von $q_{\prime\prime}$, $q_{\prime}$, q', q'' und die zugehörigen Werthe von $-t_{\prime\prime}$, $-t_{\prime}$, t', t'', aus denen die Werthe von q_0 und q^0 berechnet werden sollen, welche für den Augenblick unmittelbar vor und nach der Berührung gelten. Die angeführte Regel ergiebt sich auf folgende Weise:

1) Für die kurze Zeit der Versuche genügt es, den Verlust an die Luft der Zeit und der Ladung im Augenblicke der Beobachtung proportional anzunehmen, wonach man also für die vier auf den Augenblick der Berührung reducirten Beobachtungen folgende Werthe erhält:

$$(1-\alpha t_{\prime\prime})\, q_{\prime\prime}, \quad (1-\alpha t_{\prime})\, q_{\prime}, \quad (1+\alpha t')\, q', \quad (1+\alpha t'')\, q''.$$

2) Fügt man jedem dieser Werthe den jedesmaligen Rückstand der Flasche hinzu, so müssen die beiden ersten, welche die *ganze Ladung vor der Berührung* darstellen, gleich sein, und eben so die beiden letzten, welche die *ganze Ladung nach der Berührung* darstellen; man erhält also, wenn man den Rückstand zur Zeit t mit r_t bezeichnet, die Gleichungen

$$(1-\alpha t_{\prime\prime})\, q_{\prime\prime} + r_{-t_{\prime\prime}} = (1-\alpha t_{\prime})\, q_{\prime} + r_{-t_{\prime}} = q_0 + r_0$$
$$(1+\alpha t')\, q' + r_{t'} \;\; = (1+\alpha t'')\, q'' + r_{t''} = q^0 + r^0$$

Es kann aber der Rückstand *vor* und *nach* der Berührung (siehe Art. 12) dargestellt werden durch

$$r_t = \sigma\left(1 - e^{-\gamma(\theta_{\prime}+t)^{\delta}}\right) \cdot (q_0 + r_0), \quad r_t = \sigma\left(1 - e^{-\gamma(\theta'+t)^{\delta}}\right) \cdot (q^0 + r^0)$$

Im Augenblicke der Berührung bleibt der Rückstand unverändert, also $r_0 = r^0$. Hieraus ergiebt sich leicht, dass *für kleine Werthe von t vor* und *nach* der Berührung

$$r_t = r_0 + at, \quad r_t = r_0 + a't$$

gesetzt werden kann, wo a und a' zwei aus den Beobachtungen zu bestimmende Coefficienten bezeichnen. — Durch Substitution dieser Werthe in obige Gleichungen, worin man zugleich αq_0 für $\alpha q_{\prime\prime}$ und $\alpha q_{\prime}$ setzen darf; und ebenso αq^0 für $\alpha q'$ und $\alpha q''$, er-

Es sind nun zwar in diesen beiden Beobachtungsreihen einige Beobachtungen weniger gelungen, was bei dem Zusammenwirken dreier Beobachter fast unvermeidlich ist, und man könnte sich dadurch veranlasst finden, einige Werthe von n ganz zu verwerfen, z. B. die unter Nr. 8 in der ersten Reihe und unter Nr. 12, 15, 33 in der zweiten Reihe angeführten; es ergiebt sich aber, dass die Ausscheidung dieser Werthe auf die Bestimmung des Mittelwerths von n keinen erheblichen Einfluss hat; denn man findet *mit* und *ohne* Ausscheidung den Mittelwerth

$$n = 1{,}03282\,, \quad n = 1{,}03297\,.$$

Eine ähnliche mit derselben Flasche und Kugel früher in Marburg ausgeführte Beobachtungsreihe hatte folgenden Mittelwerth für das Verhältniss n ergeben:

$$n = 1{,}03263.$$

Hienach soll nun künftig das gesuchte Verhältniss

$$n = 1{,}03276$$

angenommen werden. — Aus diesem Verhältnisse der Ladung der Flasche *vor* und *nach* Berührung der grossen Kugel ergiebt sich endlich auch *das Verhältniss der Theilung der Elektricität zwischen der Flasche und der grossen Kugel im Augenblicke ihrer Berührung,*

$$= 1 : 0{,}03276.$$

7.

Correspondirende Beobachtungen der Ablenkung der Tangentenboussole, welche von der durch den Multiplicator fliessenden Elektricitätsmenge E hervorgebracht wird, und der Torsion der Coulomb'schen Drehwage, durch welche die beiden mit der Elektricitätsmenge e geladenen Kugeln in gleicher Entfernung wie die ungeladenen erhalten werden.

Zur besseren Veranschaulichung der schon Art. 5 erwähnten Versuche diene die Fig. 1 dargestellte Anordnung der dabei gebrauchten Instrumente.

---

hält man:

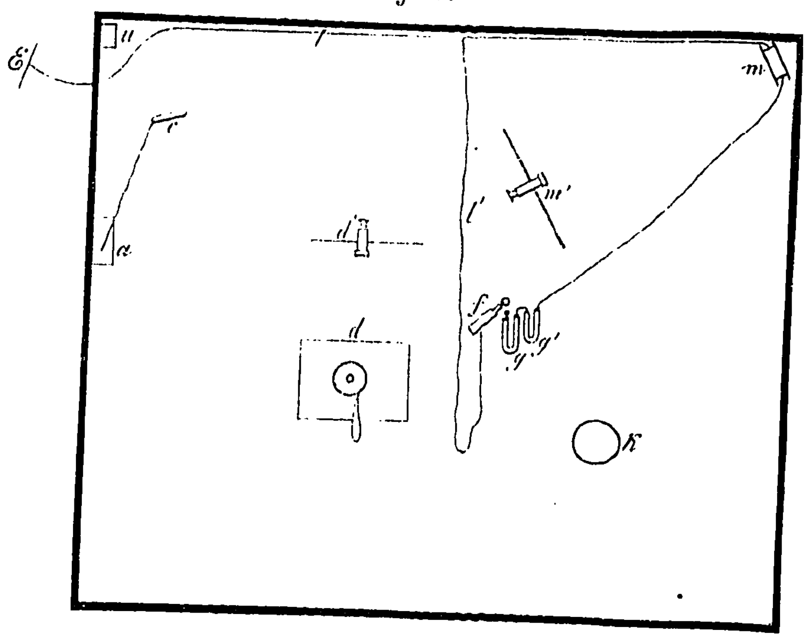
$$q_0 = q_{,} - (a + \alpha q_0)\, t_{,} = q_{,,} - (a + \alpha q_0)\, t_{,,}$$
$$q^0 = q' + (a' + \alpha q^0)\, t' = q'' + (a' + \alpha q^0)\, t''$$

folglich

$$q_0 = \frac{t_{,,} q_{,} - t_{,} q_{,,}}{t_{,,} - t_{,}} \qquad q^0 = \frac{t'' q' - t' q''}{t'' - t'}$$

$$n = \sqrt[m]{\frac{q_0}{q^0}} = \sqrt[m]{\frac{t'' - t'}{t_{,,} - t_{,}} \cdot \frac{t_{,,} q_{,} - t_{,} q_{,,}}{t'' q' - t' q''}}\,.$$

Fig. 1.



Bei *m* ist die *Tangentenboussole* aufgestellt, deren Multiplicatordraht mit seinem einen Ende durch den Leitungsdraht *l* und eine daran gelöthete in nasser Erde vergrabene Platte *E* mit der Erde verbunden war, während er mit seinem andern Ende durch die Luft zu den langen mit Wasser gefüllten *U*förmigen Glasröhren *g* und *g'* geführt war; *m'* stellt Skala und Fernrohr zur Beobachtung der mit Spiegel versehenen Nadel der Tangentenboussole dar.

Bei *d* ist die *Coulomb'sche Drehwage* aufgestellt, welche am Ende der Abhandlung, Anhang I, genauer beschrieben werden wird; *d'* stellt Skala und Fernrohr zur Beobachtung des Standes der Drehwage dar. Es war nämlich am Torsionsdrahte unter dem Arme, welcher die bewegliche Kugel trug, ein lang herabhängendes Schellackstäbchen befestigt, das an seinem Ende einen Spiegel trug, auf welchen das Fernrohr gerichtet war. — Bei *k* hängt die grosse Kugel an einem seidenen Faden von der Decke des Zimmers herab. *l'* ist eine Abzweigung des Leitungsdrahts *l*, um die äussere Belegung der Flasche *f* mit der Erde zu verbinden. — Bei *u* ist die Uhr, bei *a* eine Klappe in der Decke des Zimmers, durch welche von dem Conductor einer in dem oberen Zimmer befindlichen Elektrisirmaschine ein Draht zu dem kleinen Conductor *c* herabgeleitet war, um daran die Flasche *f* zu laden.

Nachdem die Flasche *f* geladen und an dem Drahte *l'* durch eine

Klemmschraube befestigt war, wurde mit ihrem Knopfe die grosse Kugel *k* berührt. Die bei dieser Berührung in der Flasche zurückbleibende freie Elektricitätsmenge werde mit *E'* bezeichnet. Nach 3 Secunden, wo *E'* durch Elektricitätsverlust an die Luft und Rückstandsbildung in *E* übergegangen ist, wird der Knopf der Flasche *f*, wie Fig. 1 angedeutet ist, mit einem aus der *U*förmigen Röhre *g* hervorragenden metallenen Knopfe berührt, und der Beobachter am Fernrohr *m'* der Tangentenboussole *m* beobachtet die erste Elongation der Magnetnadel, welche von dem durch den Multiplicator gehenden Entladungsstrom der Elektricitätsmenge *E* hervorgebracht wird.

Unmittelbar nach Entladung der Flasche *f* wurde die in Bereitschaft gehaltene Standkugel der Coulomb'schen Drehwage an der Kugel *k* geladen und schnell in die Drehwage eingesetzt; die Kugel *k* selbst aber wurde darauf sogleich entladen.

Hierauf wurde in kurzen Zwischenzeiten mehrmals die Torsion gemessen, welche nöthig war, um die beiden Kugeln in ihrer Stellung zu erhalten, bei welcher die beiden von der Drehungsaxe zu den Kugelmittelpunkten gezogenen Radien einen rechten Winkel bildeten. Aus der allmähligen Abnahme dieser Torsion liess sich dann nach dem Coulomb'schen Gesetze, dass bei arithmetisch wachsender Zeit die Ladung geometrisch abnimmt,*) diejenige Torsion *berechnen*, welche statt gefunden haben würde, wenn in dem Augenblicke, wo die grosse Kugel *k* durch die Flasche *f* geladen wurde, auch schon die beiden Kugeln der Drehwage hätten geladen und eingestellt werden können. In der folgenden Tafel ist die bei jeder Nummer zuerst bemerkte Torsion die auf diese Art *berechnete;* aus ihr wird in Artikel 11 die Elektricitätsmenge *e* bestimmt werden, welche von der grossen Kugel *k* auf die Standkugel der Drehwage in dem Augenblicke ihrer Berührung übergegangen war.

---

*) Durch eine Versuchsreihe, bei welcher die Standkugel zwischen den einzelnen Torsionsbestimmungen bald ausserhalb, bald innerhalb des Gehäuses der Drehwage sich befunden hatte, war constatirt worden, dass der Elektricitätsverlust an die Luft innerhalb des Gehäuses und ausserhalb gleich war, wie es bei der Grösse des Gehäuses wohl erwartet werden konnte. Wäre dies nicht der Fall gewesen, so würde die oben erwähnte Anwendung des Coulomb'schen Gesetzes nicht unmittelbar zulässig gewesen sein, weil sich die Standkugel einige Augenblicke ausserhalb des Gehäuses befunden hatte, ehe sie in die Drehwage eingesetzt werden konnte.

In der letzten Columne der folgenden Tafel, welche mit $\frac{A}{\sqrt{T}}$ überschrieben ist, sind die Quotienten der in Skalentheilen ausgedrückten Ablenkung der Magnetnadel in der Tangentenboussole dividirt durch die Quadratwurzel der in Minuten ausgedrückten Torsion der Drehwage beigefügt. — Der Abstand des Spiegels von der Skala der Tangentenboussole war

$$= 6437\tfrac{1}{2} \text{ Skalentheile.}$$

Nr.	Zeit	Tangentenboussole Ablenkung in Skalenth. $= A$	Drehwage Torsion in Min. $= T$	$\frac{A}{\sqrt{T}}$
1.	8^h 11′ 8″	73,5	175,3	5,55
	16′ 13″		152,4	
	21′ 16″		136,1	
	26′ 35″		118,3	
	32′ 32″		99,9	
2.	8^h 37′ 8″	80,0	237,1	5,20
	42′ 4″		208,7	
	45′ 14″		189,1	
	50′ 10″		165,3	
	54′ 40″		148,1	
3.	9^h 0′ 37″	96,5	332,9	5,29
	5′ 14″		297,5	
	9′ 19″		270,6	
	14′ 11″		238,5	
	18′ 10″		218,3	
4.	9^h 31′ 14″	91,1	265,1	5,59
	35′ 17″		249,2	
	41′ 1″		226,2	
	47′ 43″		201,1	
	55′ 0″		178,0	
5.	10^h 1′ 46″	97,8	332,4	5,36
	6′ 24″		306,0	
	10′ 54″		280,4	
	16′ 31″		251,1	
	22′ 4″		228,6	

8.

Berechnung des Verhältnisses der beiden Elektricitätsmengen $E' : e$.

Der Halbmesser der grossen Kugel war

$$a = 159,46 \text{ Millimeter,}$$

der Halbmesser der Standkugel in der Coulomb'schen Drehwage war

$$ba = 11{,}537 \text{ Millimeter.}$$

Setzt man nun das Verhältniss, nach welchem sich die nach Art. 6 von der Flasche der ersten Kugel mitgetheilte Elektricität $= 0{,}03276\,E'$ bei der Berührung der letztern theilt,

$$(0{,}03276\,E' - e) : e = A : bbB;$$

so ist nach Plana (*Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface de deux sphères conductrices. Turin,* 1845. *page* 64. 66)

$$\frac{B}{h} = \frac{1}{1+b} + \frac{1}{(1+b)^2}\left\{k_2 + \frac{b}{1+b}k_3 + \frac{bb}{(1+b)^2}k_4 + \frac{b^3}{(1+b)^3}k_5 \ldots\right\},$$

und, wenn $\frac{b}{1+b} = \mathrm{a}$ gesetzt wird,

$$\frac{A}{h} = \frac{1}{2} + \frac{\mathrm{a}^3}{1-\mathrm{aa}} + \frac{\pi\mathrm{a}}{2}\cot\pi\mathrm{a} + \mathrm{a}^3k_3 + \mathrm{a}^5k_5 + \mathrm{a}^7k_7\ldots$$

wo $k_n = \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{4^n} + \frac{1}{5^n} + \ldots$

Hieraus ergiebt sich für die angeführten Werthe das gesuchte Verhältniss

$$(0{,}03276\,E' - e) : e = A : bbB = 1 : 0{,}0079377;$$

folglich

$$E' : e = 3876 : 1.$$

9.

Berechnung derjenigen Elektricitätsmenge ε, mit welcher die beiden Kugeln der Coulomb'schen Drehwage geladen sein müssen, um durch ihre Abstossung die Einheit des Drehungsmoments auf die Drehwage auszuüben.

Der Halbmesser der Standkugel der Coulomb'schen Drehwage war $= 11{,}537$ Millimeter, der Halbmesser der beweglichen Kugel war $= 11{,}597$ Millimeter, und es kann daher der mittlere Halbmesser von diesen beiden fast gleichen Kugeln

$$a = 11{,}567 \text{ Millimeter}$$

in folgender Rechnung für beide ohne Nachtheil angenommen werden.

Der Abstand des Mittelpunkts der Standkugel von der Drehungsaxe war ferner $= 93{,}53$ Millimeter, der Abstand des Mittelpunkts der beweglichen Kugel von der Drehungsaxe war $= 61{,}7$ Millimeter, und beide Mittelpunkte bildeten mit der Drehungsaxe einen rechten Winkel. Hieraus ergiebt sich der Abstand der Mittelpunkte von einander

$$= 112{,}05 \text{ Millimeter,}$$

was auch durch directe Messung dieses Abstands bestätigt worden war.

Enthält nun jede der beiden Kugeln die Hälfte der zu bestimmenden Elektricitätsmenge ε, so würde sich, wenn man voraussetzt, *dass* *diese Elektricität auf der Oberfläche jeder Kugel gleichförmig vertheilt sei,* aus den bekannten Gesetzen: 1) dass eine auf der Kugeloberfläche gleichförmig vertheilte Elektricitätsmenge auf alle Punkte des äussern Raumes ebenso wirkt, wie wenn sie im Mittelpunkt der Kugel concentrirt wäre, — 2) dass die Abstossungskraft, welche die in einem Punkte concentrirte Elektricitätsmenge auf die in einem andern Punkte concentrirte ausübt, dem Quotienten aus dem Producte beider Elektricitätsmengen dividirt durch das Quadrat ihrer Entfernung gleich ist, — unmittelbar *die Abstossungskraft beider Kugeln* ergeben, nämlich

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon}{112,05^2} = \frac{\varepsilon\varepsilon}{50221}.$$

Soll aber diese Abstossungskraft *genau* gefunden werden, so ist obige Voraussetzung nicht zulässig, sondern es muss *die Ungleichförmigkeit der Vertheilung der Elektricität auf der Oberfläche jeder Kugel* bei der gegebenen Grösse und Entfernung derselben genau bestimmt und in Rechnung gebracht werden.

In Poisson's *Mémoire sur la distribution de l'éléctricité à la surface des corps conducteurs (Mémoires de l'Institut. Année 1811. Première partie page 88)* findet man für die *Dichtigkeit* z der Elektricität auf der Oberfläche einer kleinen Kugel bei grosser Entfernung von einer andern Kugel, wenn die *mittlere* Dichtigkeit auf der erstern Kugel $= B$, auf der letztern $= A$ gegeben ist, folgenden Ausdruck

$$z = B - \frac{3aaA}{cc} \cdot \mu_{,} + \frac{5aabA}{2c^3}(1 - 3\mu_{,}\mu_{,}),$$

worin b und a die Halbmesser der beiden Kugeln, c den Abstand ihrer Mittelpunkte und $\mu_{,}$ den Cosinus des Winkels φ bezeichnet, welchen der Halbmesser der erstern Kugel an der betrachteten Stelle mit der Richtung c bildet. — Wendet man diese allgemeine Regel auf den vorliegenden Fall an, so ist

$$A = B$$
$$a = b$$

zu setzen, folglich, wenn für $\mu_{,}$ sein Werth $\cos\varphi$ geschrieben wird, ist die *Dichtigkeit*

$$z = A\left(1 - \frac{3aa}{cc}\cos\varphi + \frac{5}{2}\frac{a^3}{c^3}(1 - 3\cos\varphi^2)\right).$$

Aus dieser *Dichtigkeit* ergiebt sich nun ferner *der gegen die Kugeloberfläche senkrechte von innen nach aussen gerichtete Druck der Elektricität* an der betrachteten Stelle, nach dem bekannten von Poisson in der angeführten Abhandlung bewiesenen Gesetze, wonach der Druck dem Quadrate der Dichtigkeit proportional, oder, bestimmter ausgedrückt, dem Quadrate der Dichtigkeit zz multiplicirt mit der Zahl 2π gleich ist. Jener *Druck* ist also

$$= 2\pi \,.\, zz.$$

Zerlegt man sodann diesen *Druck* nach der Richtung der verlängerten Linie c und nach einer darauf senkrechten Richtung, so erhält man *die der verlängerten Linie c parallele Componente*

$$= -\,2\pi zz \,.\, \cos\varphi.$$

Substituirt man hierin endlich obigen Werth von z, so erhält man *für zwei gleiche Elemente der Kugeloberfläche, deren Verbindungslinie mit der Linie c parallel ist,* für welche also die Werthe von φ einander zu π ergänzen, *zusammengenommen den nach der Richtung* der verlängerten Linie c zerlegten *Druck*

$$= 24\,\frac{\pi aa}{cc}\,AA\left(1 + \frac{5}{2}\,\frac{a^3}{c^3}\,(1 - 3\cos\varphi^2)\right)\cos\varphi^2,$$

woraus die der verlängerten Linie c parallele *Druckkraft erstens*, für die beiden Zonen von der Breite $ad\varphi$, welche alle, den beiden sich zu π ergänzenden Werthen von φ angehörige, Elemente der Kugeloberfläche enthalten, durch Multiplication mit der Fläche $2\pi aa \sin\varphi\, d\varphi$,

$$= 48\,\frac{\pi\pi a^4}{cc}\,AA\left(1 + \frac{5}{2}\,\frac{a^3}{c^3}\,(1 - 3\cos\varphi^2)\right)\cos\varphi^2 \sin\varphi\, d\varphi$$

zweitens, für die ganze Kugeloberfläche, durch Integration,

$$48\,\frac{\pi\pi a^4}{cc}\,AA\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left(1 + \frac{5}{2}\,\frac{a^3}{c^3}\,(1 - 3\cos\varphi^2)\right)\cos\varphi^2 \sin\varphi\, d\varphi = 16\,\frac{\pi\pi a^4}{cc}\left(1 - 2\,\frac{a^3}{c^3}\right)AA$$

gefunden wird, worin A die *mittlere* Dichtigkeit der Elektricität auf der Oberfläche jeder der beiden Kugeln vom Halbmesser a, folglich

$$4\pi aa \,.\, A$$

die auf der Oberfläche jeder Kugel vertheilte *Elektricitätsmenge* bezeichnet.

Nun ist aber die *gesuchte*, auf beide Kugeloberflächen zusammen vertheilte *Elektricitätsmenge* (deren Abstossungskraft die Einheit des Drehungsmoments auf die Drehwage ausüben soll) oben mit ε bezeichnet worden; folglich ist

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon = 4\pi aa \,.\, A,$$

woraus

$$A = \frac{\varepsilon}{8\pi aa}.$$

Substituirt man diesen Werth von A, so erhält man die mit der verlängerten Linie c parallel gerichtete *Druckkraft*, d. i. *die Abstossungskraft der beiden Kugeln*,

$$=\frac{1}{4}\left(1-2\frac{a^3}{c^3}\right)\frac{\varepsilon\varepsilon}{cc},$$

oder, wenn man darin für a und c die oben angeführten Werthe

$$a=11,567$$
$$c=112,05$$

setzt,

$$=\frac{\varepsilon\varepsilon}{50831}.\text{*)}$$

Das Product der gefundenen Abstossungskraft beider Kugeln in das von der Drehungsaxe auf die Richtung dieser Kraft, d. i. auf die Linie c, gefällte Perpendikel giebt endlich den Werth des von dieser Abstossungskraft auf die Drehwage ausgeübten *Drehungsmoments*, welches $=1$ sein soll.

Da aber die die Mittelpunkte beider Kugeln verbindende Linie c mit den von beiden Mittelpunkten zur Drehungsaxe gezogenen Horizontallinien ein an der Drehungsaxe rechtwinkeliges Dreieck bilden, so ist das von der Drehungsaxe auf die Hypotenuse des rechtwinkeligen Dreiecks c gefällte Perpendikel gleich dem Producte der beiden Katheten dividirt durch die Hypotenuse, oder, da die beiden Katheten 93,53 und 61,7 Millimeter, $c=112,05$ Millimeter lang sind,

$$=\frac{61,7\,.\,93,53}{112,05}=51,5025 \text{ Millimeter.}$$

Hieraus folgt nun das von der elektrischen Abstossungskraft der beiden Kugeln auf die Drehwage ausgeübte *Drehungsmoment*

$$=51,5025\,.\,\frac{\varepsilon\varepsilon}{50831}=\frac{\varepsilon\varepsilon}{977}.$$

---

*) Es ergiebt sich hieraus, dass die in jeder Kugel enthaltene Elektricität, wegen ihrer ungleichförmigen Vertheilung auf der Oberfläche, nicht im *Mittelpunkte* der Kugel concentrirt gedacht werden darf. — Es ist aber

$$\frac{\varepsilon\varepsilon}{50831}=\frac{1}{4}\cdot\frac{\varepsilon\varepsilon}{112,1743^2},$$

woraus sich also ergiebt, dass die Abstossungskraft der beiden Kugeln dieselbe ist, wie wenn die beiden Hälften der ganzen in ihnen enthaltenen Elektricitätsmenge in zwei Punkten, die 112,1734 Millimeter von einander entfernt sind, concentrirt wären, das heisst, da diese Entfernung um 0,1234 Millimeter grösser ist als der Abstand der Mittelpunkte, in zwei Punkten, die um 0,0617 Millimeter von den beiden Mittelpunkten entfernt liegen.

Es wird also der Forderung, dass das von der elektrischen Abstossungskraft beider Kugeln herrührende *Drehungsmoment*

$$= 1$$

sei, dadurch genügt, dass die in beiden Kugeln zusammengenommen enthaltene *Elektricitätsmenge*

$$\varepsilon = \sqrt{977} = 31,25$$

ist. Dieser Bestimmung von ε liegt diejenige Elektricitätsmenge als Einheit zum Grunde, welche auf eine gleiche Elektricitätsmenge in der Einheit der Entfernung, bei relativer Ruhe, die Einheit der Abstossungskraft ausübt.

10.

Berechnung derjenigen Torsion θ, welche der Draht, an dem die Coulomb'sche Drehwage hängt, erhalten muss, um durch seine Torsionskraft die Einheit des Drehungsmoments auf die Drehwage auszuüben.

Das *Drehungsmoment*, welches auf die Drehwage durch eine Torsion des Drahts, an welchem sie hängt, ausgeübt wird, ist bekanntlich der *Torsion* und dem *Torsionscoefficienten* des Drahts proportional, oder, bestimmter ausgedrückt, ist *dem Producte des in Theilen des Halbmessers ausgedrückten Torsionswinkels in die vom Drahte auf die Drehwage ausgeübte Directionskraft gleich.* Es braucht daher nur diese *Directionskraft* bestimmt zu werden, um daraus denjenigen Torsionswinkel θ kennen zu lernen, bei welchem das auf die Drehwage ausgeübte Drehungsmoment der *Einheit* gleich ist.

Die Grösse der vom Drahte ausgeübten Directionskraft ist, nach den bekannten Gesetzen der Elasticität fester Körper, unabhängig von der Grösse und dem Gewicht des am Drahte hängenden Körpers, und es können daher zur Bestimmung der *Directionskraft* des Drahtes andere Körper, statt der Drehwage, am Drahte aufgehangen und beobachtet werden.

Es wurde *erstens* an dem Drahte, statt der Drehwage, eine kreisrunde Messingplatte in ihrem Mittelpunkte horizontal aufgehangen. Diese Messingplatte hatte

191112,4 Milligramm *Masse*
63,95 Millimeter *Halbmesser*.

Zur Verbindung des Drahts mit der Scheibe diente ein kleiner verticaler Cylinder von

2626,0 Milligramm *Masse*
3,25 Millimeter *Halbmesser.*

Es wurde darauf die *Dauer* der Torsionsschwingungen der Platte t beobachtet und

$$t = 47{,}139 \text{ Secunden}$$

gefunden. — Nach den vorhergehenden Angaben war aber *das Trägheitsmoment der schwingenden Platte*

$$K_1 = \tfrac{1}{2} \,.\, 63{,}95^2 \,.\, 191112{,}4 = 390790000,$$

das Trägheitsmoment des kleinen Cylinders

$$K_2 = \tfrac{1}{2} \,.\, 3{,}25^2 \,.\, 2626 = 13868,$$

beide zusammen also

$$K = K_1 + K_2 = 390803868.$$

Aus diesem *Trägheitsmomente K* und aus der beobachteten *Schwingungsdauer t* ergiebt sich nun nach den bekannten Gesetzen solcher Schwingungen der Werth der *Directionskraft D,*

$$D = \frac{\pi\pi K}{tt} = 1735800.$$

Zweitens wurde an dem nämlichen Drahte ein Messingcylinder in seiner Mitte horizontal aufgehangen. Dieser Cylinder hatte

58897,1 Milligramm *Masse*
269,7 Millimeter *Länge*
2,865 Millimeter *Halbmesser.*

Zur Verbindung mit dem Drahte diente derselbe kleine verticale Cylinder, wie bei den vorhergehenden Versuchen. Es wurde darauf die *Dauer* der Torsionsschwingungen dieses Stabs t' beobachtet und

$$t' = 44{,}9537 \text{ Secunden}$$

gefunden. — Nach den vorhergehenden Angaben war *das Trägheitsmoment des schwingenden Stabs*

$$K'_1 = \tfrac{1}{12} (269{,}7^2 + 3 \,.\, 2{,}865^2)\, 58897{,}1 = 357130000,$$

und also *das ganze Trägheitsmoment* mit Einschluss des kleinen verticalen Cylinders

$$K' = 357143868.$$

Es ergiebt sich daher aus diesen Beobachtungen der Werth der *Directionskraft D,*

$$D = \frac{\pi\pi K'}{t't'} = 1744200;$$

folglich im Mittel aus beiden Beobachtungsreihen

$$D = 1740000.$$

Soll nun das Product dieses Werths von D in den nach Theilen des Halbmessers ausgedrückten Torsionswinkel, d. i. das von dem Drahte auf die Drehwage ausgeübte *Drehungsmoment* $= 1$ sein; so ergiebt sich der Werth des Drehungswinkels oder die gesuchte *Torsion des Drahts* θ gleich dem Winkel, dessen Bogen dem 1740000ten Theile des Halbmessers gleich ist, oder es ist

$$\theta = 0{,}0019757 \text{ Bogenminuten.}$$

11.

Berechnung der Elektricitätsmengen E' und e in den Artikel 7 beschriebenen Beobachtungen.

Bei den in Artikel 7 beschriebenen Versuchen befand sich die Coulomb'sche Drehwage in den nach Nummern unterschiedenen Versuchen für folgende Werthe des Torsionswinkels im Gleichgewichte:

Nr.	Torsionswinkel in Minuten.
1.	175,3
2.	237,1
3.	332,9
4.	265,1
5.	332,4

Das Gleichgewicht der Drehwage beweist aber, dass das vom Drahte auf die Drehwage ausgeübte Drehungsmoment dem von der elektrischen Abstossungskraft der beiden Kugeln herrührenden Drehungsmomente entgegengesetzt gleich war. — Das *erstere* Drehungsmoment wird aber gefunden, wenn man den beobachteten Torsionswinkel mit dem im vorigen Artikel bestimmten Winkel $\theta = 0{,}0019757$ Bogenminuten dividirt, um welchen der Draht gedreht werden musste, um die *Einheit des Drehungsmoments* auf die Drehwage auszuüben. Hienach erhält man die bei den beschriebenen Versuchen von dem Drahte auf die Drehwage ausgeübten *Drehungsmomente.*

Nr.	Drehungsmoment des Drahtes.
1.	88728
2.	120010
3.	168500
4.	134180
5.	168240

Das *letztere* von der elektrischen Abstossungskraft der beiden Kugeln herrührende Drehungsmoment ergiebt sich aus Artikel 9

$$= \frac{ee}{\varepsilon\varepsilon} = \frac{ee}{977},$$

wo e die *Elektricitätsmenge* bezeichnet, mit welcher die beiden Kugeln der Drehwage zusammen genommen geladen sind, die man hienach für die angeführten fünf Versuche aus der *Gleichheit* beider Drehungsmomente berechnen kann, wie in folgender Tafel geschehen ist. In der letzten Columne dieser Tafel sind ausserdem noch die aus der Artikel 8 gefundenen Proportion

$$E' : e = 3876 : 1$$

berechneten Werthe von E' beigefügt worden.

Nr.	e	E'
1.	9310	36086000
2.	10828	41970000
3.	12830	49730000
4.	11450	44379000
5.	12821	49693000

12.

Berechnung der Correction, welche durch den Elektricitätsverlust und die Rückstandsbildung in der Leidener Flasche in der von der Theilung der Elektricität bis zur Entladung der Flasche verflossenen Zeit bedingt wird, $= E' - E$.

Die Elektricitätsmenge E', welche nach der Ladung der grossen Kugel in der Leidener Flasche zurückgeblieben war, erfährt während der Zeit von *drei Secunden*, bis zu ihrer Entladung, eine kleine Änderung, theils durch Verlust an die Luft, theils durch Rückstandsbildung. Die dann in der Flasche noch vorhandene Menge E kann aus E' folgendermassen bestimmt werden.

In Poggendorff's Annalen 1854, Bd. 91, findet man eine Methode angegeben, die Bildung des Rückstands in einer Leidener Flasche zu bestimmen. Ist danach Q eine der Flasche plötzlich mitgetheilte Elektricitätsmenge, welche nach t Secunden durch Verlust an die Luft in Q_t übergegangen ist, so hat sich zur Zeit t ein Rückstand r_t gebildet, welcher der Gleichung

$$r_t = p\left(Q_t - Qe^{-\frac{b}{m+1}\cdot t^{m+1}}\right) \tag{I}$$

entspricht. Für die Constanten bei der angewendeten Flasche hatten sich aus früherer Untersuchung die Werthe

$$p = 0{,}04494 \quad b = 0{,}1834$$

ergeben, während $m+1$ die für alle Flaschen gleiche Grösse $= 0{,}4255$ besitzt.

Sind für eine Flasche diese Constanten bestimmt, so kann auch die auf den Elektricitätsverlust an die Luft sich beziehende Constante α leicht gefunden werden. Man theilt der Flasche zu dem Ende durch eine andere Flasche plötzlich eine unbekannte Ladung Q mit und beobachtet mit dem *Sinuselektrometer* zu den Zeiten

$$t_1,\ t_2,\ \ldots\ t_n$$

die disponibele Ladung

$$L_{t_1},\ L_{t_2},\ \ldots\ L_{t_n}.$$

Nun ist, wenn ν_t die bis zur Zeit t an die Luft entwichene Elektricitätsmenge bezeichnet,

$$L_t = Q - r_t - \nu_t. \tag{II}$$

Für kleinere Werthe von t kann aber

$$\nu_t = \alpha \,.\, t\,\frac{Q+L_t}{2}$$

gesetzt werden, und wird ausserdem in Gleichung (I) $Q - \nu_t$ für Q_t geschrieben, so erhält man

$$L_t = Q\,(1 - \varrho_t) - \alpha\,(1 - p)\; t\,\frac{Q+L_t}{2}, \tag{III}$$

worin ϱ_t statt $p\left(1 - e^{-\frac{b}{m+1}\,t^{m+1}}\right)$ gesetzt ist.

Diese Gleichung soll nun allen Beobachtungen Genüge leisten. Berechnet man ϱ_t für die Zeit der ersten und letzten Beobachtung und setzt diese Werthe nebst den beobachteten Werthen von L_t und t in die Gleichung ein, so erhält man zwei Gleichungen mit den beiden unbekannten Grössen Q und α.

Nachdem nun zur Bestimmung von α der Leidener Flasche in dem Local, wo die früheren Versuche gemacht wurden, plötzlich eine Ladung mitgetheilt worden war, wurden aus den Beobachtungen folgende Resultate erhalten:

t	L_t	ϱ_t
23	0,6676	0,03619
65	0,6576	0,04142
128	0,6483	0,04344
226	0,6389	0,04435

Es ist hierin $L_t = \sqrt{\sin\varphi}$, und φ ist die am *Sinuselektrometer* beobachtete Ablenkung; ϱ_t ist aber aus t und den Constanten der Flasche berechnet. — Durch Combination der ersten und letzten Beobachtung findet man

$$Q = 0,6956 \qquad \alpha = 0,00017935.$$

Mit diesen Werthen ergeben sich nun aus Gleichung (III) folgende zusammengehörige Werthe von t und L_t:

t	L_t
23	0,6676
65	0,6592
128	0,6506
226	0,6389

welche von den beobachteten Werthen so wenig abweichen, dass der gefundene Werth von α für hinreichend genau gelten kann, um ihn zur Correction von E' zu benutzen. In *drei Secunden* betrug also *der Elektricitätsverlust an die Luft*

$$0,000538$$

von der ganzen Ladung E'.

Der in derselben Zeit entstandene *Rückstand* wird auf folgende Weise gefunden.

Unmittelbar vor der Berührung der grossen Kugel, welche t Secunden nach der Ladung der Flasche erfolgte, hatte letztere die disponibele Ladung L_t und einen nicht entladbaren Rückstand r_t. Schreibt man in der Gleichung (I) $Q - \nu_t$ statt Q_t, setzt für ν_t seinen Werth $\alpha . t \frac{Q+L_t}{2}$ und für Q den aus der Gleichung (III) sich ergebenden Werth, so erhält man den Rückstand zur Zeit t durch die zu dieser Zeit vorhandene disponibele Ladung ausgedrückt,

$$\text{(IV)} \qquad r_t = \frac{\varrho_t - \alpha t\,(p - \frac{1}{2}\varrho_t)}{1 - \varrho_t - \frac{1}{2}\alpha t\,(1-p)} . L_t = 6 L_t .$$

Nach der Ladung der Kugel ist in der Flasche (Artikel 6) nur die disponibele Ladung $\frac{1}{n} L_t$, überhaupt also die Elektricitätsmenge $(\frac{1}{n} + 6) L_t$

geblieben. Wie nun die Rückstandsverhältnisse nach dieser partiellen Entladung sich gestalten hängt davon ab, ob der gebildete Rückstand $6L_t$ kleiner, oder eben so gross, oder grösser ist als der Grenzwerth

$$p\left(\frac{1}{n}+6\right)L_t$$

des Rückstands für die noch vorhandene Ladung der Flasche, was wiederum davon abhängt, ob n kleiner, oder eben so gross, oder grösser ist als $\frac{p}{6(1-p)}$.

Bei den vorliegenden Versuchen war t im Mittel nahe 60 Secunden. Setzt man diesen Werth in die Gleichung (IV), so ergiebt sich

$$6 = 0{,}04286 \qquad \frac{p}{6(1-p)} = 1{,}0978.$$

Da in Artikel 6 $n = 1{,}03276$, mithin kleiner als $\frac{p}{6(1-p)}$, gefunden worden ist, so geht daraus hervor, dass der Rückstand zu wachsen fortfährt; sein Wachsthum ist aber langsamer als vor der partiellen Entladung, weil der jetzige Grenzwerth dem bereits gebildeten Rückstande näher liegt als der vorherige, und zwar wird die Weiterbildung so vor sich gehen, als ob der vorhandene Rückstand $6L_t$ von der jetzigen Ladung $\left(\frac{1}{n}+6\right)L_t$ erzeugt wäre. Dazu würde es aber einer Zeit bedurft haben, welche sich aus der Gleichung

$$r_t = 6L_t = \left(\frac{1}{n}+6\right)L_t \,.\, p\left(1-e^{-\frac{b}{m+1}t^{m+1}}\right), \text{*)}$$

aus welcher

$$\log t = \frac{1}{m+1}\log\left[-\frac{m+1}{b}\log\text{nat}\left(1-\frac{6}{\left(\frac{1}{n}+6\right)p}\right)\right]$$

folgt, $= 85{,}9$ Secunden ergiebt.

Von der im Augenblicke nach der Berührung der grossen Kugel vorhandenen Ladung $E' = \frac{1}{n}L_t$ geht also das in *drei Secunden*, bis zur Entladung der Flasche, erfolgende Wachsthum des Rückstands noch verloren, welches durch

$$\left[\left(\frac{1}{n}+6\right)p\left(1-e^{-\frac{b}{m+1}.88{,}9^{m+1}}\right)-6\right]L_t = 0{,}00010\,.\,L_t,$$

oder, da $L_t = nE'$ ist, durch

*) Diese Gleichung ist der Rückstandsgleichung (I) gemäss gebildet, in welcher statt Q_t jetzt $Q = \left(\frac{1}{n}+6\right)L_t$ gesetzt werden musste.

$$0{,}000103\,.\,E'$$

bestimmt ist.

Darnach ergiebt sich endlich die gesuchte Correction

$$E'-E=(0{,}000538+0{,}000103)\,E'=0{,}000641\,E'$$

und man erhält daher für die im vorigen Artikel angegebenen Werthe E' die corrigirten Werthe E, welche die durch den Multiplicator wirklich entladenen Elektricitätsmengen angeben, wie folgt:

Nr.	E
1.	36060000
2.	41940000
3.	49700000
4.	44350000
5.	49660000

13.

Berechnung der Dauer, welche ein Strom von der Artikel 4 beschriebenen Normalstärke haben muss, um die Artikel 7 beobachteten Ablenkungen der Tangentenboussole hervorzubringen.

Die Artikel 7 angeführten *Ablenkungen der Tangentenboussole* waren *in Skalentheilen* beobachtet worden; durch Division derselben mit dem in Skalentheilen ausgedrückten Halbmesser (oder mit dem doppelten Abstande des Spiegels von der Skale) $= 12875$, erhält man diese Ablenkungen *in Bogenwerth für den Halbmesser* $= 1$.

Nr.	Ablenkung in Skalenth.	Ablenkung in Bogenwerth für den Halbm. $= 1$ φ
1.	73,5	0,0057087
2.	80,0	0,0062136
3.	96,5	0,0074952
4.	91,1	0,0070757
5.	97,8	0,0075962

In den »Elektrodynamischen Maassbestimmungen« II. S. 363 ist bewiesen worden, dass ein Strom von der Stärke $= 1$, welcher durch eine Multiplicatorwindung geht, deren Halbmesser $= a$ ist, auf ein Theilchen des *nordmagnetischen* Fluidums $+\mu$, oder auf ein Theilchen des *südmagnetischen* Fluidums $-\mu$, welches sich in der Entfernung $= b$ von der Ebene der Multiplicatorwindung befindet, und dessen Projection auf diese Ebene in der Entfernung $= x$ vom Mittelpunkte liegt, senkrecht gegen die Ebene der Multiplicatorwindung eine *Kraft* F ausübt,

$$F = \pm \frac{2\pi aa\mu}{(aa+bb+xx)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left\{ 1 + \frac{3}{4}(3aa - 2bb - 2xx) \frac{xx}{(aa+bb+xx)^2} + \ldots \right\},$$

woraus folgt, dass derselbe Strom auf eine *Nadel,* welche die Theilchen $+\mu$ und $-\mu$ in einer sehr kleinen, der Multiplicatorebene parallelen, Entfernung $= 2\varepsilon$ geschieden enthält, ein *Drehungsmoment* D ausübt,

$$D = \frac{4\pi aa\mu\varepsilon}{(aa+bb+xx)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left\{ 1 + \frac{3}{4}(3aa - 2bb - 2xx) \frac{xx}{(aa+bb+xx)^2} + \ldots \right\},$$

wo $2\mu\varepsilon$ das *magnetische Moment* der Nadel oder den *Nadelmagnetismus* bezeichnet.

Von dieser Gleichung lassen sich nun drei verschiedene Anwendungen machen, *erstlich* auf die Artikel 1 für die magnetischen Wirkungen angenommenen *Normalverhältnisse, ferner* auf die *Tangentenboussole mit einfachem Multiplicatorkreise,* und *endlich* auf die zu den vorliegenden Versuchen gebrauchte *Tangentenboussole mit vielfachem Multiplicatorkreise.* Die beiden ersten Anwendungen beweisen nur, dass dieser Gleichung, wie schon a. a. O. bemerkt worden, in Beziehung auf die Stromstärke das in Artikel 1 aus den magnetischen Wirkungen abgeleitete Stromintensitätsmaass wirklich zum Grunde liegt; die letzte Anwendung führt zur Berechnung des *gesuchten Zeitraums* τ.

Wendet man diese Gleichung *erstens* auf die Artikel 1 für die magnetischen Wirkungen eines Stromes angenommenen *Normalverhältnisse* an; so ist $\pi aa = 1$, $b = 0$, $2\mu\varepsilon = 1$, $x = R$ und $\frac{a}{R}$ ein verschwindend kleiner Bruch; es ergiebt sich dann *aus obiger Gleichung* das Drehungsmoment D (ohne dem von der Stromrichtung abhängenden Vorzeichen),

$$D = \frac{1}{R^3} \text{ oder } R^3 D = 1,$$

was also mit der in Artikel 1 für die Stromintensität $= 1$ festgesetzten magnetischen Stromwirkung übereinstimmt. Hieraus folgt, dass obiger Gleichung das in Artikel 1 aus magnetischer Wirkung abgeleitete Stromintensitätsmaass zum Grunde liegt.

Wendet man *zweitens* dieselbe Gleichung auf eine *Tangentenboussole mit einfachem Multiplicatorkreise* vom Halbmesser R an, wo eine kleine Magnetnadel im Mittelpunkte des Kreises, der Kreisebene parallel, nach dem magnetischen Meridian gerichtet ist; so ist $a = \mathrm{R}$, $b = 0$, $x = 0$; es ergiebt sich dann *aus obiger Gleichung* das Drehungsmoment, welches vom Strome auf die *im magnetischen Meridiane* befindliche Nadel ausgeübt wird,

$$D = \frac{4\pi\mu\varepsilon}{R}.$$

Bei einer *Ablenkung* der Nadel vom magnetischen Meridiane $= \varphi$ geht dasselbe in

$$D \cos\varphi = \frac{4\pi\mu\varepsilon}{R} . \cos\varphi$$

über. Bezeichnet T den horizontalen Erdmagnetismus, so ist $-2\mu\varepsilon T \sin\varphi$ das *von der Erde* auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment. Die Summe dieser beiden Momente ist $= 0$, wenn die Nadel bei der *Ablenkung* φ in Ruhe beharrt; folglich ist

$$\frac{2\pi}{R} = T \operatorname{tang}\varphi \quad \text{oder} \quad \varphi = \operatorname{arc\,tang}\frac{2\pi}{RT}.$$

Diese Ablenkung ist aber dieselbe, welche der Artikel 4 beschriebene *Normalstrom* bei einer Tangentenboussole mit einfachem Kreise hervorbringen sollte.

Drittens endlich soll die nämliche Gleichung auf die zu den vorliegenden Versuchen gebrauchte *Tangentenboussole mit vielfachen Multiplicatorkreisen* angewendet und daraus das Drehungsmoment bestimmt werden, welches der eben erwähnte, Artikel 4 beschriebene *Normalstrom*, wenn er durch alle Windungen des Multiplicators hindurchgeht, auf die Nadel ausübt.

Wir betrachten zunächst *eine* Windung des Multiplicators, vom Halbmesser a, deren Ebene von der Meridianebene der Nadel um b absteht. Das von dieser Windung auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment D' wird durch obige Gleichung bestimmt,

$$D' = \frac{4\pi aa\mu\varepsilon}{(aa+bb+xx)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left\{1 + \frac{3}{4}(3aa - 2bb - 2xx)\frac{xx}{(aa+bb+xx)^2} + \ldots\right\},$$

worin, wie bei der vorigen Anwendung, $x = 0$ gesetzt werden könnte, wenn die Länge der Nadel ein sehr kleiner Bruch von dem Durchmesser der Multiplicatorwindung wäre. Nun war zwar bei unsrer *Tangentenboussole* die Länge der Nadel blos 60 Millimeter, während der mittlere Durchmesser der Multiplicatorwindungen 267 Millimeter betrug, was aber noch nicht genügt, um x ganz zu vernachlässigen. Doch genügt es, für x einen Näherungswerth zu setzen, welcher sich darbietet, wenn man im Nadelmagnetismus $= 2\mu\varepsilon$ unter $+\mu$ und $-\mu$ die Menge des nach der *idealen Vertheilung* auf der Oberfläche der Nadel vertheilten nordmagnetischen und südmagnetischen Fluidums versteht, und demgemäss 2ε bestimmt, was dann den Abstand des Schwerpunkts des nordmagnetischen von dem des südmagnetischen Fluidums bedeutet, so dass $x=\varepsilon$ zu setzen ist. Nach Länge und Beschaffenheit der gebrauchten Nadel kann 2ε nicht sehr von 40 Millimetern verschieden sein, und es kann daher mit hinreichender Genauigkeit

$$x=\varepsilon=20 \text{ Millimeter}$$

gesetzt werden.

Bezeichnet man sodann mit a' und a'' den inneren und äusseren Halbmesser des Multiplicatorrings und mit $2b'$ die Breite desselben, so ist der Querschnitt des ganzen Rings

$$=2(a''-a')b'.$$

Bezeichnet man ferner denjenigen Theil des Querschnitts, welcher auf die betrachtete Multiplicatorwindung kommt (deren Halbmesser $=a$ war und deren Ebene vom gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Nadel und des Multiplicatorrings um b abstand), mit $da.db$; so ist das Product dieses Elements des Querschnitts in das von der betrachteten Multiplicatorwindung auf die Boussole ausgeübte Drehungsmoment

$$=\frac{4\pi aa\mu\varepsilon}{(aa+bb+\varepsilon\varepsilon)^{\frac{3}{2}}}.\,da\,db\left\{1+\frac{3}{4}(3aa-2bb-2\varepsilon\varepsilon)\frac{\varepsilon\varepsilon}{(aa+bb+\varepsilon\varepsilon)^2}+\ldots\right\},$$

oder, weil die Glieder, welche die vierte und höhere Potenzen des Bruchs $\frac{\varepsilon}{a}$ enthalten, wegen der Kleinheit dieses Bruchs vernachlässigt werden können,

$$=\frac{4\pi aa\mu\varepsilon}{(aa+bb)^{\frac{3}{2}}}.\,da\,db\left\{1+\frac{3}{4}\frac{aa-4bb}{(aa+bb)^2}.\varepsilon\varepsilon\right\}.$$

Hieraus folgt nun die Summe der Producte des Querschnitts jeder Umwindung in das von derselben ausgeübte Drehungsmoment,

$$4\pi\mu\varepsilon\int_{a'}^{a''}aa\,da\int_{-b'}^{+b'}\frac{db}{(aa+bb)^{\frac{3}{2}}}.\left\{1+\frac{3}{4}\frac{aa-4bb}{(aa+bb)^2}.\varepsilon\varepsilon\right\}$$

$$=8\pi\mu\varepsilon b'\left\{\log\frac{a''+\sqrt{(a''a''+b'b')}}{a'+\sqrt{(a'a'+b'b')}}+\frac{1}{4}\left(\frac{a''^3}{(a''a''+b'b')^{\frac{3}{2}}}-\frac{a'^3}{(a'a'+b'b')^{\frac{3}{2}}}\right).\frac{\varepsilon\varepsilon}{b'b'}\right\}.$$

Durch Division dieses Werthes mit dem Querschnitt des ganzen Rings $=2(a''-a')b'$ erhält man dasjenige Drehungsmoment, welches im Mittel *eine* Multiplicatorwindung auf die Nadel ausübt, woraus durch Multiplication mit der Zahl der Umwindungen n das von dem ganzen, vom *Normalstrome* durchflossenen, Multiplicator auf die Nadel ausgeübte *Drehungsmoment* erhalten wird, nämlich

$$D=\frac{4\pi n\mu\varepsilon}{a''-a'}\left\{\log\frac{a''+\sqrt{(a''a''+b'b')}}{a'+\sqrt{(a'a'+b'b')}}+\frac{1}{4}\left(\frac{a''^3}{(a''a''+b'b')^{\frac{3}{2}}}-\frac{a'^3}{(a'a'+b'b')^{\frac{3}{2}}}\right)\frac{\varepsilon\varepsilon}{b'b'}\right\}.$$

Dieses *Drehungsmoment* D mit dem *Trägheitsmomente der Nadel* K dividirt, giebt die angulare Beschleunigung der Nadel durch den gegebenen *Normalstrom*

$$=\frac{D}{K},$$

und diese Beschleunigung multiplicirt mit der im Vergleich mit der Schwingungsdauer der Nadel $= t$ sehr kurzen *Stromdauer* τ giebt die vom *Normalstrome* während seiner kurzen Dauer der Nadel ertheilte *Angulargeschwindigkeit*

$$=\frac{D\tau}{K}.$$

Aus dieser der ruhenden Nadel plötzlich ertheilten Angulargeschwindigkeit wird endlich die *Ablenkung* d. i. *die erste Elongationsweite* φ der dadurch in Schwingung gesetzten Nadel nach bekannten Regeln (siehe »Elektrodynamische Maassbestimmungen« II. S. 348) berechnet, nämlich, wenn die Abnahme der Schwingungsbögen der Nadel durch das Verhältniss zweier auf einander folgender Schwingungsbögen $e^{\lambda} : 1$ gegeben ist,

$$\varphi = \frac{D\tau}{K} \cdot \frac{t}{\pi} \cdot \frac{e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{\left(1+\frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}\right)}}.$$

Um in dieser Gleichung den Werth des Trägheitsmoments der Nadel K und ihres magnetischen Moments $2\mu\varepsilon$ nicht durch besondere Beobachtungen bestimmen zu müssen, kann man durch Zuziehung der bekannten Gleichung für die Schwingungsdauer beide eliminiren, wobei aber auf die Torsionskraft des Fadens Rücksicht zu nehmen ist. Bezeichnet $1 : \theta$ das Verhältniss der auf die Nadel wirkenden erdmagnetischen Directionskraft, $= 2\mu\varepsilon T$, zu der vom Faden ausgeübten, so ist die Gleichung für die Schwingungsdauer t,

$$\frac{2\mu\varepsilon \,.\, T}{K} = \frac{\pi\pi}{tt} \cdot \frac{1+\frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}}{1+\theta},$$

folglich wenn

$$d = \frac{D}{2\mu\varepsilon} = \frac{2\pi n}{a''-a'} \left\{ \log \frac{a''+\sqrt{(a''a''+b'b')}}{a'+\sqrt{(a'a'+b'b')}} + \frac{1}{4}\left(\frac{a''^3}{(a''a''+b'b')^{\frac{3}{2}}} - \frac{a'^3}{(a'a'+b'b')^{\frac{3}{2}}} \right) \frac{\varepsilon\varepsilon}{b'b'} \right\}$$

gesetzt und die vorhergehende Gleichung mit $\frac{D}{2\mu\varepsilon \,.\, T} = \frac{d}{T}$ multiplicirt wird,

$$\frac{D}{K} = \frac{d}{T} \cdot \frac{\pi\pi}{tt} \cdot \frac{1+\frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}}{1+\theta}.$$

Substituirt man diesen Werth in der Gleichung für φ, so erhält man

$$\varphi = \pi \frac{d}{T} \cdot \frac{\tau}{t} \cdot \frac{\sqrt{\left(1+\frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}\right)}}{1+\theta} \,.\, e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{\pi}{\lambda}}$$

und hieraus die gesuchte *Dauer des Normalstromes*,

$$\tau = t \cdot \frac{\varphi}{\pi} \cdot \frac{T}{d} \cdot \frac{1+\theta}{\sqrt{\left(1+\frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}\right)}} \cdot e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Am Multiplicator der hier gebrauchten Tangentenboussole war nun aber durch Messung bestimmt worden

$$\begin{aligned} 2\pi a' &= 709{,}0 \text{ Millimeter} \\ 2\pi a'' &= 965{,}35 \quad ,, \\ 2b' &= 72{,}04 \quad ,, \\ n &= 5635 \end{aligned}$$

woraus, mit dem oben erwähnten Werthe von $\varepsilon = 20$ Millimeter, sich der Werth von d ergiebt,

$$d = 262{,}1.$$

Dabei ergiebt sich, dass wenn auch der Werth von ε auf 1 Millimeter unsicher wäre, die Unsicherheit von d doch nur 0,4 auf 262, d. i. nur $\frac{1}{657}$ betragen würde, was nicht in Betracht kommt.

Ausserdem war die Schwingungsdauer der Nadel t, der horizontale Erdmagnetismus am Orte der Tangentenboussole T, das logarithmische Decrement für die Abnahme der Schwingungsbögen λ und das Verhältniss θ der Directionskraft des Fadens zu der vom Erdmagnetismus T herrührenden auf gewöhnliche Weise gefunden worden,

$$\begin{aligned} t &= 9{,}244 \text{ Secunden} \\ T &= 1{,}7983 \\ \lambda &= 0{,}070 \\ \theta &= \tfrac{1}{601}. \end{aligned}$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung für τ ein, so erhält man

$$\tau = 0{,}020921 \cdot \varphi.$$

Die Werthe, welche sich für φ in den fünf in Artikel 7 beschriebenen Versuchen ergeben, sind im Anfange dieses Artikels zusammen gestellt worden; setzt man sie in die Gleichung für τ ein, so erhält man folgende fünf Resultate für die genannten Versuche.

Nr.	τ
1.	0,0001194
2.	0,0001300
3.	0,0001568
4.	0,0001480
5.	0,0001589

14.

Berechnung der Grösse $\frac{1}{2\tau}.E$.

Es bleibt endlich noch übrig, aus den gefundenen Werthen von E und τ die Werthe von $\frac{1}{2\tau}.E$ zu berechnen. Stellen wir nämlich die correspondirenden Werthe von E und τ aus den beiden vorhergehenden Artikeln in folgender Tafel zusammen,

Nr.	E	τ
1.	36060000	0,0001194
2.	41940000	0,0001300
3.	49700000	0,0001568
4.	44350000	0,0001480
5.	49660000	0,0001589

so ergeben sich daraus folgende fünf Werthe von $\frac{1}{2\tau}.E$, als Resultate der in Artikel 7 beschriebenen fünf Messungen:

Nr.	$\frac{1}{2\tau}.E$.
1.	151000.10^6
2.	161300.10^6
3.	158500.10^6
4.	149800.10^6
5.	156250.10^6

Aus allen Messungen zusammen genommen ergiebt sich also der Mittelwerth:

$$\frac{1}{2\tau}.E = 155370\,.\,10^6.$$

Nun bezeichnet aber nach Artikel 5

$$\frac{1}{2\tau}.E:1$$

das Verhältniss, in welchem bei einem constanten Strome, der von gleich grossen in entgegengesetzten Richtungen strömenden Massen positiver und negativer Elektricität gebildet wird, und dessen Intensität dem *magnetischen* Stromintensitätsmaasse gleich ist, die den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge* zu derjenigen steht, welche in einem Punkte concentrirt auf eine gleiche Elektricitätsmenge in 1 Millimeter Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt. Dieses Verhältniss zu bestimmen war die *Aufgabe*, welche, nach Artikel 4, gelöst werden sollte, was hiemit geschehen ist.

15.

Zurückführung des magnetischen, elektrodynamischen und elektrolytischen Maasses der Stromintensität auf mechanisches Maass.

Die Lösung der in Artikel 4 gestellten Aufgabe soll nun aber, nach Artikel 3, benutzt werden, *das magnetische, elektrodynamische und elektrolytische Maass der Stromintensität auf mechanisches Maass zurückzuführen.*

Bei einem constanten Strome, der von gleich grossen in entgegengesetzten Richtungen strömenden Massen positiver und negativer Elektricität gebildet wird, und dessen Intensität dem *mechanischen* Stromintensitätsmaasse gleich ist, soll nach Artikel 2 die den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge* $= 1$ sein, d. i. gleich derjenigen, welche in einem Punkte concentrirt auf eine gleiche Elektricitätsmenge in 1 Millimeter Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt.

Zu dieser *Einheit* der positiven Elektricitätsmenge verhält sich aber, nach dem vorhergehenden Artikel, die bei einem Strome von der Intensität des *magnetischen* Strommaasses den Querschnitt in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge* wie

$$155370 \,.\, 10^6 : 1.$$

Da nun die Stromintensitäten den in gleicher Zeit den Querschnitt passirenden Elektricitätsmengen proportional sind, so ergiebt sich hieraus unmittelbar *die Zurückführung des magnetischen Maasses der Stromintensität auf mechanisches Maass;* denn es ist hienach die in gleicher Zeit den Querschnitt passirende Elektricitätsmenge im *magnetischen* Strommaasse

$$155370 \,.\, 10^6 \text{ Mal}$$

grösser als im *mechanischen* Strommaasse, folglich ist nach der angeführten Proportion auch *das magnetische Maass der Stromintensität selbst* $155370 \,.\, 10^6$ *Mal grösser als das mechanische Maass.*

Ferner, da nach Artikel 1 S. 223 das *magnetische* Maass der Stromintensität zum *elektrodynamischen* sich verhält wie $\sqrt{2} : 1$, so ist *das elek-*

trodynamische Maass der Stromintensität 109860 . 10^6 (=155370 . $10^6 . \sqrt{\frac{1}{2}}$) *Mal grösser als das mechanische Maass.*

Endlich, da nach Artikel 1 S. 224 das *magnetische* Maass der Stromintensität sich zum *elektrolytischen* verhält wie 1 : $106\frac{2}{3}$, so ist *das elektrolytische Maass der Stromintensität* 16573 . 10^9 (=$106\frac{2}{3}$. 155370 . 10^6) *Mal grösser als das mechanische Maass.*

Durch die Zurückführung dieser drei Maasse der Stromintensität auf das mechanische Maass ist die Aufgabe dieser Abhandlung, wie sie Artikel 2 ausgesprochen worden ist, gelöst, und es bleiben nur *die Anwendungen* zu erörtern übrig, welche sich von den gefundenen Resultaten machen lassen.

Anwendungen.

16.

Bestimmung der zur Ausscheidung von 1 Milligramm Wasserstoff aus 9 Milligramm Wasser erforderlichen Elektricitätsmenge.

Die erste Anwendung, welche wir von den gefundenen Resultaten machen können, ist die genaue Bestimmung der zur Ausscheidung von 1 Milligramm Wasserstoff aus 9 Milligramm Wasser erforderlichen Elektricitätsmenge, worüber die von Buff mit Hülfe seiner Tangentenboussole mit langem Leitungsdrahte gefundene und in den »Annalen der Chemie und Physik« Bd. 86 S. 33 mitgetheilte Bestimmung schon in der Note zu Artikel 3 S. 226 angeführt worden ist.

Diese Elektricitätsmenge würde nach Buff hinreichen, eine Batterie von 45480 Leidener Flaschen, jede von 480 Millimeter Höhe und 160 Millimeter Durchmesser, bis zu einer Schlagweite von 100 Millimeter zu laden. Dieser von Buff gegebenen Bestimmung fehlt nur die genauere Angabe derjenigen Elektricitätsmenge, welche eine Leidener Flasche von der beschriebenen Ladung enthält.

Aus den in dieser Abhandlung gefundenen Resultaten ergiebt sich nun, dass die zur Ausscheidung von $\frac{1}{9}$ Milligramm Wasserstoff aus 1 Milligramm Wasser erforderliche Elektricitätsmenge der bei einem constanten Strome von der Intensität des *elektrolytischen* Strommaasses den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde passirenden *positiven Elektricitätsmenge* gleich ist. Letztere ist aber, nach Proportion der dem *elektrolytischen* und *magnetischen* Strommaasse entsprechenden Stromintensitäten (siehe Art. 1 S. 224), $106\frac{2}{3}$ Mal grösser als die bei einem constanten Strome von der Intensität des *magnetischen* Strommaasses den Querschnitt in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge*, welche nach Artikel 14

$$155370 \cdot 10^6 \text{ Mal}$$

grösser ist, als die *Einheit* der Elektricitätsmenge, welche in einem Punkte concentrirt auf eine gleiche Menge in 1 Millimeter Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt.

Hieraus folgt, dass

$9 \cdot 106\frac{2}{3} \cdot 155370 \cdot 10^6 = 149157 \cdot 10^9$ *Einheiten, wie sie soeben bestimmt worden sind, zur Ausscheidung von 1 Milligramm Wasserstoff aus 9 Milligramm Wasser erforderlich sind.*

Wäre eine solche positive Elektricitätsmenge in einer Wolke, und eine gleiche negative an der senkrecht darunter liegenden Stelle der Erdoberfläche concentrirt, so würde daraus eine Anziehung der Wolke von der Erde sich ergeben, welche, bei 1000 Meter Abstand beider von einander, einem Gewichte von 45000 Centnern (= 2268000 Kilogramm) gleich wäre.

Dividirt man jene Zahl von Einheiten mit der Zahl der Leidener Flaschen der von Buff beschriebenen Batterie = 45480, so erhält man die genaue Angabe derjenigen Elektricitätsmenge, welche 1 Leidener Flasche von der von Buff beschriebenen Ladung enthält, nämlich

$$= 3280 \cdot 10^6 \text{ Einheiten.}$$

Die geladene Oberfläche einer solchen Flasche enthält aber nach Buff's Beschreibung

$$480 \cdot 160 \cdot \pi = 241300 \text{ Quadratmillimeter}$$

folglich war jedes Quadratmillimeter mit

$$13600 \text{ Einheiten}$$

geladen, wodurch die zu einer Schlagweite von 100 Millimeter nach Buff erforderliche Verdichtung oder Condensation der Elektricität in der Flasche bestimmt ist.

17.

Bestimmung der Constanten c.

Nach dem in der ersten Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen aufgestellten Grundgesetze der elektrischen Wirkung, welches die *Elektrostatik*, *Elektrodynamik* und *Induction* zusammen umfasst, wird die Kraft, welche die Elektricitätsmenge e auf die Elektricitätsmenge e' aus der Entfernung r bei der relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ und Beschleunigung $\frac{ddr}{dt^2}$ ausübt, durch

$$\frac{ee'}{rr}\left[1-\frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2}-2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]$$

ausgedrückt. Es zerfällt diese Kraft in zwei Theile, wovon man den ersten $=\frac{ee'}{rr}$ die *elektrostatische*, den zweiten $=-\frac{1}{cc}\frac{ee'}{rr}\left(\frac{dr^2}{dt^2}-2r\frac{ddr}{dt^2}\right)$ die *elektrodynamische* Kraft nennen kann. Durch die *Constante* c wird das Verhältniss dieser beiden Kräfte bestimmt; c bedeutet denjenigen Werth der, als gleichförmig vorausgesetzten, relativen Geschwindigkeit, bei welcher die *elektrostatische* Kraft von der *elektrodynamischen* aufgehoben wird. Diese *Constante* c wird nun auf folgende Weise bestimmt.

Artikel 14 ist das Verhältniss $\frac{1}{2\pi}.E:1$, das heisst *das Verhältniss des magnetischen Maasses der Stromintensität zum mechanischen*, gefunden worden

$$=155370\,.\,10^6:1.$$

In der zweiten Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen Art. 26 S. 261 ist das Verhältniss des *magnetischen* Maasses der Stromintensität zum *elektrodynamischen*

$$=\sqrt{2}:1,$$

und Art. 27 S. 269 das Verhältniss des *elektrodynamischen* Maasses der Stromintensität zum *mechanischen*

$$=c:4$$

angegeben worden, woraus *das Verhältniss des magnetischen Maasses der Stromintensität zum mechanischen* folgt

$$=c\sqrt{2}:4.$$

Die Gleichsetzung dieses Verhältnisses mit dem Artikel 14 gefundenen giebt also

$$c=4\,.\,155378\,.\,10^6\,.\,\sqrt{\tfrac{1}{2}}=439450\,.\,10^6.$$

Aus dieser Bestimmung der *Constanten* c ersieht man also, dass zwei elektrische Massen mit sehr grosser Geschwindigkeit gegen einander bewegt werden müssen, wenn die *elektrodynamische* Kraft die *elektrostatische* aufheben soll, nämlich mit einer Geschwindigkeit von 439 Millionen Meter oder 59320 Meilen in der Secunde, welche die Geschwindigkeit des Lichts bedeutend übertrifft.

Die Geschwindigkeit des Lichts ist selbst aber nicht die einer Körperbewegung, sondern die einer Wellenbewegung, während alle uns bekannten Geschwindigkeiten von wirklicher Körperbewegung, auch der Weltkörper, nur sehr kleine Bruchtheile davon bilden. Beachtet man nun dabei, dass das Verhältniss der *elektrodynamischen* Kraft zur *elektrostatischen* dem Quadrate dieses Bruchtheils entspricht, so ergiebt sich, dass die elektrodynamische Kraft gegen die elektrostatische in der Wirklichkeit stets als verschwindend betrachtet werden darf. — Von den Geschwindigkeiten, womit elektrische Fluida in metallenen Leitern sich bewegen, besitzen wir zwar noch keine Kenntniss; doch lässt sich aus verschiedenen Umständen abnehmen, dass die Menge der in diesen Leitern enthaltenen neutralen Elektricität ausserordentlich gross sei; je grösser aber letztere ist, desto kleiner ist die Geschwindigkeit der wirklichen Bewegung, die sich alsdann aus den vorhandenen *Stromintensitätsmessungen* ergiebt. Auch die Geschwindigkeit dieser Bewegungen bildet daher wahrscheinlich nur einen kleinen Bruchtheil von der Geschwindigkeit c.

Es ergiebt sich ferner aus dem gefundenen grossen Werthe der *Constanten* c die interessante Folgerung, dass auch der *Gravitationskraft ponderabeler Körper* ein solcher dynamischer Theil beigefügt werden könnte (wodurch eine grössere Analogie zwischen den Wechselwirkungen *ponderabeler* und *imponderabeler* Körper hergestellt würde), ohne dass dieser dynamische Theil der Kraft den geringsten merklichen Einfluss auf die Bewegungen der Weltkörper äussern würde.

Dass bei der Elektricität die Wirkung der *elektrodynamischen* Kraft nicht immer verschwindet, sondern bei galvanischen Strömen oft sehr augenscheinlich hervortritt, hat seinen Grund blos in der bei der *Neutralisation* positiver und negativer Elektricität statt findenden *vollkommenen Aufhebung aller elektrostatischen Kräfte*, gegen welche jene verschwinden würden. Wo keine solche Neutralisation statt findet, sondern freie Elektricität vorhanden ist, wird immer in der Wirkung dieser freien Elektricität die *elektrostatische* Kraft allein in Betracht kommen. Hieraus erklärt sich, warum nicht alle Versuche zur Begründung des Grundgesetzes der elektrischen Wirkung blos mit *zwei* Massen freier Elektricität ausgeführt werden können, sondern warum einige Versuche mit *zwei Paaren* von elektrischen Massen (Stromelementen), die sich *elektrostatisch neutralisiren*, gemacht werden müssen.

Bei *ponderabelen* Massen, für welche das Gesetz indifferenter Anziehung gilt, kann von *keiner Neutralisation der Massen* die Rede sein.

Anmerkung. Es ist im Anfang dieses Artikels zur Bestimmung der *Constanten* c die Gleichung aufgestellt worden:

$$c = \frac{E}{\tau} \cdot \sqrt{2},$$

worin $\frac{1}{2\tau} \cdot E : 1$ das Artikel 14 gefundene Verhältniss bezeichnet, in welchem bei einem constanten Strome von der Intensität des *magnetischen* Strommaasses die den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge* zu derjenigen steht, welche in einem Punkte concentrirt auf eine gleiche Elektricitätsmenge in 1 Millimeter Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt. — Zum Beweis dieser Gleichung wurde auf die zweite Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen verwiesen. Die Richtigkeit dieser Gleichung lässt sich aber auch unmittelbar aus dem *Grundgesetz der elektrischen Wirkung* und aus der *Definition des magnetischen Strommaasses* entnehmen. Zu diesem Zwecke braucht man blos die Wechselwirkung zweier gleicher Stromelemente α, α eines geradlinigen Stroms in der Entfernung r zu betrachten, von denen schon in der Note zu S. 224 angeführt ist, dass sie einander mit der Kraft

$$= \frac{\alpha\alpha}{rr}\, ii$$

abstossen, wenn i nach dem *magnetischen* Strommaasse ausgedrückt wird. Es folgt dies bekanntlich aus dem *Ampère'schen Fundamentalgesetz* und der sich daraus ergebenden Beziehung zwischen *Elektromagnetismus* und *Elektrodynamik.*

Dies vorausgesetzt stelle man sich vor, dass der geradlinige Leiter unseres Stroms in jedem Millimeter langen Stücke die Einheit positiver und negativer Elektricität enthalte. $\frac{1}{2\tau}E$ bezeichnet dann (nach Art. 14) die Zahl der Millimeter, welche beide Elektricitäten nach entgegengesetzter Richtung in der Secunde durchlaufen müssen, wenn

$$i = 1$$

sein soll. Unter diesen einfachen Verhältnissen sind also nicht allein die Elektricitätsmengen in den beiden Stromelementen α, α, deren Entfernung und übrigen Verhältnisse, von denen ihre Abstossungskraft (nach dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung) abhängt, sondern auch die *Grösse dieser Abstossungskraft* selbst gegeben, nämlich, weil $i = 1$ ist,

$$= \frac{\alpha\alpha}{rr}.$$

Es kommt also blos darauf an, diese schon bekannte Abstossungskraft aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung abzuleiten, alsdann wird, weil in diesem Grundgesetze c enthalten ist, ein von c abhängiger Ausdruck jener Kraft erhalten werden, den man dem schon bekannten Werthe nur gleich zu setzen braucht, um c zu finden. Unter den beschriebenen einfachen Verhältnissen lässt sich aber die Abstossungskraft der beiden Stromelemente α, α aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung sehr leicht ableiten; denn zerlegen wir die ganze durch das Grundgesetz gegebene Kraft in zwei Theile, in die *elektrostatische* und *elektrodynamische*

Kraft; so leuchtet von selbst ein, dass die Summe der elektrostatischen Kräfte (wegen der in beiden Stromelementen vorhandenen elektrostatischen Neutralisation) zwischen den beiden Stromelementen Null ist. Ebenso leuchtet ein, dass zwischen den elektrischen Massen beider Stromelemente keine Beschleunigung statt findet, dass also $\frac{ddr}{dt^2}=0$ ist. Hiedurch reducirt sich der allgemeine Ausdruck der elektrischen Wirkung

$$\frac{ee'}{rr}\left[1-\frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2}-2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]$$

in unserem Falle auf

$$-\frac{1}{cc}\frac{ee'}{rr}\frac{dr^2}{dt^2}.$$

Dieser Ausdruck nun, angewendet

1) auf die beiden positiven Massen in den beiden Stromelementen $e=+\alpha$ und $e'=+\alpha$, giebt, da die relative Geschwindigkeit dieser Massen $\frac{dr}{dt}=0$ ist (weil beide mit gleicher Geschwindigkeit in gleicher Richtung bewegt werden) die Abstossungskraft $=0$;

2) dasselbe gilt für die beiden negativen Massen $e=-\alpha$ und $e'=-\alpha$;

3) derselbe Ausdruck aber, angewendet auf die positive Masse $e=+\alpha$ und die negative $e'=-\alpha$, giebt, da die relative Geschwindigkeit dieser Massen $\frac{dr}{dt}=\frac{1}{\tau}.E$ ist (weil sie beide mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2\tau}.E$ in entgegengesetzter Richtung bewegt werden) die Abstossungskraft $=+\frac{1}{cc}\cdot\frac{\alpha\alpha}{rr}\cdot\frac{1}{\tau\tau}.EE$;

4) dasselbe gilt für die negative Masse $e=-\alpha$ und die positive $e'=+\alpha$.

Hieraus folgt also die Summe aller Abstossungskräfte der in beiden Stromelementen enthaltenen elektrischen Massen

$$=2.\frac{1}{cc}\cdot\frac{\alpha\alpha}{rr}\cdot\frac{1}{\tau\tau}EE,$$

und wird diese Summe ihrem schon bekannten Werthe $\frac{\alpha\alpha}{rr}$ gleich gesetzt; so ergiebt sich zur Bestimmung von c folgende Gleichung:

$$\frac{\alpha\alpha}{rr}=2.\frac{1}{cc}\cdot\frac{\alpha\alpha}{rr}\cdot\frac{1}{\tau\tau}EE,$$

oder

$$c=\frac{E}{\tau}.\sqrt{2},$$

was zu beweisen war.

18.

Die elektrischen Gesetze mit numerischer Bestimmung der Constanten.

Die in der ersten und zweiten Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen entwickelten elektrischen Gesetze sind folgende:

1) *das Grundgesetz der elektrischen Wirkung*, — wonach die Kraft, welche die elektrische Masse e auf die elektrische Masse e' aus der Entfernung r bei der relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ und Beschleunigung $\frac{ddr}{dt^2}$

ausübt, durch

$$\frac{ee'}{rr}\left[1-\frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2}-2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]$$

ausgedrückt wird;

2) *das Fundamentalgesetz der Elektrodynamik*, — wonach die Kraft, welche ein unveränderliches und unbewegtes Stromelement von der Länge α und der Stromintensität i auf ein gleiches Stromelement von der Länge α' und von der Stromintensität i' aus der Entfernung r ausübt, wenn α mit r den Winkel θ, α' mit der verlängerten r den Winkel θ', und α mit α' den Winkel ε bilden, durch

$$\frac{\alpha\alpha'}{rr}\,ii'\,(3\cos\theta\cos\theta'-2\cos\varepsilon)$$

ausgedrückt wird;

3) *das Gesetz der Voltainduction eines unveränderlichen gegen den Leiter bewegten Stromelements*, — wonach die elektromotorische Kraft, welche ein Stromelement von der Länge α und von der Stromintensität i auf ein Leiterelement von der Länge α', welches mit der Geschwindigkeit u bewegt wird, aus der Entfernung r ausübt, wenn α mit r den Winkel θ, α' mit r den Winkel φ, u mit der verlängerten r den Winkel θ', und α mit u den Winkel ε bilden, durch

$$\frac{2\sqrt{2}}{c}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{rr}\cdot ui\cos\varphi\,(3\cos\theta\cos\theta'-2\cos\varepsilon)$$

ausgedrückt wird;

4) *das Gesetz der Voltainduction eines veränderlichen, gegen den Leiter unbewegten Stromelements*, — wonach die elektromotorische Kraft, welche ein Stromelement von der Länge α, dessen Stromintensität in der Zeit t gleichförmig um i wächst, auf ein Leiterelement von der Länge α' aus der Entfernung r ausübt, wenn α mit r den Winkel θ, und α' mit der verlängerten r den Winkel θ' bilden, durch

$$-\frac{2\sqrt{2}}{c}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{r}\cdot\frac{i}{t}\cos\theta\cos\theta'$$

ausgedrückt wird;

5) *das Gesetz der Voltainduction einer Gleitstelle*, — wonach die elektromotorische Kraft, welche ein durch die Gleitstelle gehender Strom von der Intensität i bei der Gleitgeschwindigkeit v auf ein Leiterelement von der Länge α' aus der Entfernung r ausübt, wenn v mit r den Winkel θ, α' mit der verlängerten r den Winkel θ' bilden, durch

$$-\frac{2\sqrt{2}}{c}\cdot\frac{\alpha'}{r}\,vi\cos\theta\cos\theta'$$

ausgedrückt wird.

Ein positiver Werth der Ausdrücke (1) und (2) bedeutet eine Abstossungskraft, ein negativer Werth eine Anziehungskraft. Der Zahlenwerth nach unseren Maassen giebt die Grösse der Kräfte im Verhältniss zu derjenigen Kraft an, welche der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt. In dem Ausdruck (2), sowie in allen folgenden, werden die Stromintensitäten i, i' nach *magnetischem* Maasse gemessen vorausgesetzt, was immer mit der *Tangentenboussole* leicht geschehen kann. Bezeichnet man die *elektrische Capacität* des Leiters α', d. h. das Verhältniss der in ihm enthaltenen positiven Elektricitätsmenge (die der negativen gleich ist) zu seiner Länge, mit ε'; so geben für $\varepsilon' = 1$ die Ausdrücke (3) (4) (5) den Unterschied der beiden Kräfte, welche in der Richtung von α' auf die in α' enthaltene positive und negative Elektricitätsmenge wirken, und zwar geben sie diesen *Kraftunterschied* im Verhältniss zu derjenigen Kraft an, welche der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt. — Ist ε' von 1 verschieden, so müssen die Ausdrücke (3) (4) (5) mit ε' multiplicirt werden, um den angegebenen *Kraftunterschied* zu erhalten.

Eine vollständige Bestimmung aller Kräfte durch die angegebenen Gesetze fordert, dass in allen obigen Ausdrücken für die *Constante c* der im vorigen Artikel gefundene Zahlenwerth gesetzt werde. Man erhält alsdann:

$$(1.)\quad \frac{ee'}{rr}\left[1 - \frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right] = \frac{ee'}{rr}\left[1 - \frac{1}{193420 \,.\, 10^{18}}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]$$

$$(2.)\quad \frac{\alpha\alpha'}{rr}\, ii'\,(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon)$$

$$(3.)\quad \frac{2\sqrt{2}}{c}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{rr}\,.\,ui\cos\varphi\,(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon)$$

$$= \frac{1}{155370 \,.\, 10^{6}}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{rr}\,.\,ui\cos\varphi\,(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon)$$

$$(4.)\quad -\frac{2\sqrt{2}}{c}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{r}\cdot\frac{i}{t}\cos\theta\cos\theta' = -\frac{1}{155370 \,.\, 10^{6}}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{r}\cdot\frac{i}{t}\cos\theta\cos\theta'$$

$$(5.)\quad -\frac{2\sqrt{2}}{c}\cdot\frac{\alpha'}{r}\,.\,vi\cos\theta\cos\theta' = -\frac{1}{155370 \,.\, 10^{6}}\cdot\frac{\alpha'}{r}\,.\,vi\cos\theta\cos\theta'.$$

Die elektrischen Gesetze in der letzteren Form, *mit numerischer Bestimmung aller Constanten*, genügen allen *praktischen* Forderungen; für *theoretische* Untersuchungen aber kann es in manchen Fällen erforderlich sein, statt der in *magnetischem* Maasse zu messenden Stromintensitäten i, i' in obigen Ausdrücken die aus den *Ursachen* der Stromintensität (siehe Art. 2) abgeleiteten Werthe von i, i' zu setzen. Bezeichnet

19*

nämlich $+a\varepsilon$ und $-a\varepsilon$ die im Leiter a enthaltene positive und negative Elektricitätsmenge, und $+u$ und $-u$ ihre Geschwindigkeiten, womit sie im Leiter bewegt werden, bezeichnet ferner $+a'\varepsilon'$, $-a'\varepsilon'$, $+u'$ und $-u'$ das nämliche für den Leiter a'; so sind εu und $\varepsilon' u'$ die Werthe der Stromintensitäten nach *mechanischem* Maasse bestimmt, und es müssen diese Werthe, nach dem Artikel 15 gefundenen Verhältnisse, mit $155370 . 10^6$ dividirt werden, um die Werthe derselben Stromintensitäten nach *magnetischem* Maasse ausgedrückt zu erhalten; folglich ist in obigen Ausdrücken

$$i = \frac{\varepsilon u}{155370 . 10^6}, \quad i' = \frac{\varepsilon' u'}{155370 . 10^6},$$

und es können diese Werthe, wenn es erforderlich sein sollte, in obigen Ausdrücken für i und i' substituirt werden.

19.

Anwendung auf Elektrolyse.

Alle elektrischen Kräfte, welche durch die im vorhergehenden Artikel angeführten Gesetze bestimmt werden, sind Kräfte, welche unmittelbar nur auf elektrische Massen wirken. *Alle Kräfte aber, welche unmittelbar nur auf elektrische Massen wirken, wirken mittelbar auch auf die ponderabelen Träger jener elektrischen Massen.* Es wird dadurch der Anwendung der elektrischen Gesetze auf die Untersuchung der ponderabelen Körper ein weites Feld eröffnet; denn die Elektricität wird dadurch für uns zu einem Instrumente, mit dessen Hülfe wir bekannte Kräfte auf ponderabele Körper unter Verhältnissen wirken lassen können, unter denen keine anderen bekannten Kräfte wirken.

Obiger Satz leuchtet von selbst ein, wenn elektrische Massen mit ihrem ponderabelen Träger so verbunden sind, dass sie ohne denselben nicht bewegt werden können. Aber auch in metallischen Leitern, in denen sich die Elektricität bewegen kann, während ihr ponderabeler Träger (das Metall) in Ruhe verharrt, wo also die elektrischen Massen von einem Metalltheilchen zum andern übergehen, findet doch eine Verbindung statt, welche die elektrischen Massen mit den Metalltheilchen verknüpft, und welche gelöst werden muss, ehe die elektrische Masse von dem einen Metalltheilchen zum andern übergehen kann. So lange diese Verbindung besteht, werden alle Kräfte, welche unmittelbar nur auf die elektrischen Massen wirken, doch mittelbar auf die damit verbundenen Metalltheilchen übertragen, und nur diejenigen Kräfte, welche auf die elektrischen Massen wirken, nachdem sie von den Metalltheilchen sich abgelöst haben, werden auf diese Metalltheilchen nicht mehr übertragen, sondern ertheilen den elektrischen Massen, bis sie zu den nächsten Metalltheilchen gelangen, eine bestimmte Geschwindigkeit, die aber durch die Verbindung, in welche jene elektrischen Massen mit diesen nächsten Metalltheilchen treten, wieder aufgehoben wird, was dieselbe Wirkung hat, wie wenn die elektrischen Kräfte, welche jene Geschwindigkeit hervorgebracht hatten, auf diese nächsten Metalltheilchen übertragen worden wären. Alle diese Kräfte, welche aus der Verbindung elektrischer Massen mit einzelnen Metalltheilchen hervorgehen, nennt man *Widerstandskräfte*, welche das Metall der Bewegung der Elektricität in seinem Innern entgegensetzt, aus denen das *Ohm'sche Gesetz* folgt, dass die Elektricität in den metallischen Leitern in einer gleichförmigen Bewegung nur dann beharren kann, wenn sie fortwährend von einer gleich grossen Kraft vorwärts getrieben wird, und dass der Strom augenblicklich verschwindet, sobald die treibende Kraft aufhört. — Es folgt also hieraus, dass auch bei Leitern, durch den *Widerstand* der Leiter, alle Kräfte, welche unmittelbar auf die Elektricität im Leiter wirken, mittelbar auf den Leiter selbst übertragen werden.

In der *Elektrolyse* hat man es nun mit keinem metallischen Leiter zu thun, welcher in Ruhe verharrt, während die elektrischen Fluida sich in ihm bewegen, sondern mit einem aus verschiedenartigen ponderabelen Theilchen zusammen gesetzten Körper (Wasser), von denen die eine Art (Wasserstofftheilchen) der Bewegung der *positiven* Elektricität folgt, die andere Art (Sauerstofftheilchen) der Bewegung der *negativen* Elektricität. Es entsteht also die Frage, woher die Kräfte rühren, welche diese verschiedene Bewegung der beiden Bestandtheile des Wassers hervorbringen? Die elektrolytischen Gesetze beweisen, dass diese Bewegungen, wenn auch keine unmittelbare, doch eine mittelbare Wirkung der elektrischen Kräfte sein müssen. Wenn nun die elektrischen Kräfte unmittelbar nur auf die mit den Wasserstoff- und Sauerstofftheilchen verbundenen elektrischen Massen wirken, so beweist das Faktum, dass die Wasserstofftheilchen der Bewegung der positiven, die Sauerstofftheilchen der Bewegung der negativen Elektricität folgen, dass jene mit freier positiver, diese mit freier negativer Elektricität verbunden im Wasser enthalten sein müssen, wobei es dahin gestellt bleibt, ob sie ausser der freien Elektricität auch noch eine Quantität neutralen Fluidums enthalten. Es mag auch unerörtert bleiben, wie stark diese Verbindung der Wasserstofftheilchen mit der freien positiven und der Sauerstofftheilchen mit der freien negativen Elektricität im Wasser sei; ob sie so stark sei, dass sie gar nicht gelöst werde, also die Elektricität bei der Elektrolyse sich nur mit ihrem ponderabelen Träger bewege, oder ob sie sich verhalte wie in metallischen Leitern, so dass der Elektricität ausser der Bewegung mit dem ponderabelen Träger auch noch eine von demselben unabhängige Bewegung zukomme. Nur könnte in letzterem Falle das Gesetz der Zersetzung verschiedener zusammengesetzten Körper durch denselben Strom nach Proportion der chemischen Äquivalente keine strenge Gültigkeit haben, wie es nach den neuesten Untersuchungen der Fall zu sein scheint.

Werden nun die elektrischen Kräfte, welche unmittelbar nur die elektrischen Fluida zu scheiden suchen, durch irgend ein Band, was diese Fluida mit den Bestandtheilen des Wassers verbindet, auf diese Bestandtheile übertragen, so kann eine nähere Bestimmung der *chemischen Scheidungskräfte*, welche die Trennung der ponderabeln Bestandtheile hervorbringen, durch die genaue Kenntniss der elektrischen Scheidungskräfte gewonnen werden, und es beruht hierauf das besondere Interesse, welches die Elektrolyse vor andern Methoden der chemischen Zersetzung besitzt. Die Elektricität lässt sich nämlich wie ein Instrument benutzen, durch welches wir an jedes Wasserstoff- und Sauerstofftheilchen im Wasser einen Faden knüpfen und beide Fäden in entgegengesetzter Richtung mit bekannten Kräften spannen können, bis die Wasserstoff- und Sauerstofftheilchen von einander gerissen werden.

Um dieses Instrument zu benutzen und dadurch wirklich die zur Trennung chemisch verbundener Theile erforderlichen Kräfte nach bekannten Maassen zu bestimmen, mussten *die elektrischen Gesetze mit numerischer Bestimmung ihrer Constanten* gegeben sein. Nachdem dies geschehen ist, wollen wir auch diese Anwendung von den gewonnenen Resultaten noch zu machen versuchen.

Die Kräfte, welche die elektrischen Fluida in Strombewegung versetzen, werden *elektromotorische Kräfte* genannt. Diese besondere Benennung (welche zur Unterscheidung *dieser Art von Kräften* und nicht blos ihrer Wirkungen gebraucht wird) hat ihren Grund blos darin, dass diese Kräfte bisher nicht nach bekannten Maassen gemessen, sondern nur auf indirecte Weise durch die Wirkungen der von ihnen hervorgebrachten Ströme (Wärmewirkungen, chemische und magnetische Wirkungen) bestimmt werden konnten, wodurch sie zwar unter einander verglichen, aber absolut nach keinem bekannten Maasse ausgedrückt und daher auch mit andern bekannten Kräften nicht verglichen werden konnten. Dieser Grund fällt weg, wenn man diese Kräfte nach den im vorhergehenden Artikel angegebenen Gesetzen bestimmt, wodurch sie in bekannten Maassen ausgedrückt werden. Auch diejenigen Kräfte, welche man nicht unmittelbar nach obigen Gesetzen berechnen kann, erhält man in bekannten Maassen ausgedrückt, durch Vergleichung mit jenen. — Da man endlich die Vertheilung des Widerstands in einer geschlossenen Kette genau bestimmen kann und bei einem constanten Strome nach dem Ohm'schen Gesetz elektromotorische Kraft und Widerstand überall in gleichem Verhältniss stehen müssen, so lernt man dadurch auch die Vertheilung der elektromotorischen Kräfte auf die verschiedenen Theile der Kette kennen. Ist also in einer Kette ein Voltameter eingeschaltet, so lassen sich die im Wasser des Voltameters wirkenden elektrischen Scheidungskräfte, durch welche das Wasser zersetzt wird, genau ermitteln.

Es tritt nun aber beim Wasser der besondere Umstand ein, dass es in reinem Zustand einen sehr schlechten Stromleiter bildet und sehr schwer zersetzbar ist. Alle elektrolytischen Messungen beziehen sich daher auf Wasser, was mit Schwefelsäure oder anderen Stoffen vermischt ist: für verschiedene Mischungen erhält man verschiedene Resultate in Beziehung auf Zersetzbarkeit. Es ist daher nothwendig, sich zunächst auf eine bestimmte Mischung zu beschränken, und es soll hier also nach Horsford's in Poggendorffs Annalen 1847, Bd. 70, S. 238, mitgetheilten Untersuchungen eine Mischung von Wasser und Schwefelsäure von 1,25 spec. Gew. gewählt werden, welche unter allen Mischungen von Wasser und Schwefelsäure am leichtesten zersetzt wird.

Der *Widerstand*, welchen diese Mischung dem Strome entgegensetzt, ist von Horsford für gleiche Länge und Querschnitt

696700 Mal

grösser als der Leitungswiderstand des Silbers gefunden worden, oder, wenn man das Leitungsverhältniss von Silber zu Kupfer nach Lenz (Poggendorffs Annalen Bd. 34. 418 Bd. 45. 105) wie 1:0,7417 setzt,

516750 Mal

grösser als der Leitungswiderstand des von Lenz gebrauchten Kupfers. — Nach den in den »Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen« Bd. 5 (Über die Anwendung der magnetischen Induction auf Messung der Inclination mit dem Magnetometer) mitgetheilten Messungen ist der Widerstand eines Kupferdrahts von 1 Millimeter Länge und 1 Milligramm Masse ($= \frac{1}{8,427}$ Quadratmillimeter Querschnitt) nach absolutem Maasse des *magnetischen* Systems

$$= 2310000$$

gefunden worden,*) d. i. für einen Kupferdraht von 1 Millimeter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt

$$= 274100.$$

Hieraus ergiebt sich der Widerstand obiger Mischung nach *magnetischem* Widerstandsmaass für 1 Millimeter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt

$$= 141640 \, . \, 10^6.$$

Es sind aber in dieser Mischung dem Volumen nach nahe 9 Theile Wasser auf 1 Theil Schwefelsäure enthalten und es kommt daher von dem ganzen Querschnitt nur $\frac{9}{10}$ auf das reine Wasser. Setzt man voraus, dass der ganze Strom blos durch das Wasser geht (weil wenn ein Theil des Stromes durch die Schwefelsäure geleitet würde, dieser einen Nebenstrom bildete, welcher bei Betrachtung der Zersetzung des Wassers ausgeschlossen werden müsste), so würde der Widerstand blos auf Wasser (unter Einfluss der benachbarten Schwefelsäure) bezogen für 1 Milligramm Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt

$$= 127476 \, . \, 10^6$$

zu setzen sein.

Soll nun aber bei diesem *Widerstande* die Stromintensität nach *magnetischem* Maasse $= 106\frac{2}{3}$ sein, nämlich so stark, dass, nach Art. 1 S. 224 1 Milligramm Wasser in 1 Secunde zersetzt wird, so müsste die elektromotorische Kraft für jedes Millimeter nach *magnetischem* Maasse

$$106\tfrac{2}{3} \, . \, 127476 \, . \, 10^6$$

*) An der angeführten Stelle findet man den Widerstand verschiedener Kupfersorten angegeben, unter denen der obige, dem von Jacobi zu seinem Widerstands-Etalon gebrauchten Kupfer entsprechende, Werth der grösste ist. Dieser Werth ist gewählt worden, weil Lenz, mit Jacobi zu gemeinschaftlichen Arbeiten oft verbunden, sich bei seinen Versuchen wahrscheinlich auch der nämlichen Kupfersorte wie Jacobi bedient hat.

betragen, was mit $\frac{2\sqrt{2}}{c} = \frac{1}{155370 \,.\, 10^6}$ zu multipliciren ist, um dieselbe Kraft nach *mechanischem* Maasse ausgedrückt zu erhalten.

Diese Zahl bedeutet nun aber nach dem vorhergehenden Artikel den *Unterschied der Kräfte*, welche in der Richtung des Stroms auf *jede Einheit* der freien positiven Elektricität (in den Wasserstofftheilchen) einer 1 Millimeter langen Wassersäule und auf *jede Einheit* der freien negativen Elektricität (in den darin befindlichen Sauerstofftheilchen) wirken, und diese Zahl muss daher, um die *ganze wirksame Kraft* zu erhalten, noch mit n multiplicirt werden, wenn n Einheiten freier positiver oder freier negativer Elektricität in den Wasserstoff- oder Sauerstofftheilchen der 1 Millimeter langen Wassersäule enthalten sind.

Der Wasserstoff von 1 Milligramm zerlegten Wassers giebt aber an die Elektrode, an der er sich entwickelt, seine freie positive Elektricität ab, welche darauf durch die Elektrode weiter strömt (oder, was in der Wirkung einerlei ist, durch Zuführung von negativer Elektricität daselbst neutralisirt wird,) und den Querschnitt in 1 Secunde durchfliesst. Da nun aber die Stromintensität nach *elektrolytischem* Maasse $= 1$ ist und nach Art. 15 bei dieser Stromintensität $106\frac{2}{3} \,.\, 155370 \,.\, 10^6$ Einheiten positiver und eben so viel negativer Elektricität durch den Querschnitt in 1 Secunde hindurchgehen, so ergiebt sich (wenn die Hälfte der an der Elektrode frei gewordenen positiven Elektricität durch die Elektrode weiter strömt, während die andere Hälfte von der durch die Elektrode zugeführten negativen Elektricität neutralisirt wird),

$$\tfrac{1}{2} n = 106\tfrac{2}{3} \,.\, 155370 \,.\, 10^6.$$

Multiplicirt man also obige Zahl mit

$$\frac{2\sqrt{2}}{c} \,.\, n = 2 \,.\, 106\tfrac{2}{3},$$

so giebt das Product

$$2 \,.\, (106\tfrac{2}{3})^2 \,.\, 127476 \,.\, 10^6$$

den *Unterschied der Kräfte*, welche in der Richtung des Stroms auf die in den Wasserstofftheilchen von 1 Milligramm Wasser, welches eine 1 Millimeter lange Säule bildet, enthaltene freie positive, und auf die in den Sauerstofftheilchen enthaltene negative Elektricität (unter Einfluss der benachbarten Schwefelsäure) wirken müssen, wenn die Zersetzung des Wassers mit der Geschwindigkeit von 1 Milligramm in der Secunde erfolgen soll, und zwar ist dieser *Kraftunterschied* durch obige Zahl im Verhältniss zu derjenigen Kraft bestimmt, welche der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt.

Das Gewicht eines Milligramms ist eine Kraft, welche der Masse eines Milligramms in 1 Secunde die Geschwindigkeit von 9811 Millimetern in der Secunde ertheilt; dividirt man daher die angegebene Zahl mit 9811, so erhält man jenen *Kraftunterschied* im Milligrammengewicht ausgedrückt

$$= \frac{2}{9811} \cdot (106\tfrac{2}{3})^2 \,.\, 127476 \,.\, 10^6 = 2 \,.\, 147830 \,.\, 10^6.$$

Man kann dieses Resultat auf folgende Weise aussprechen: *Wären alle Theilchen Wasserstoff in 1 Milligramm Wasser einer 1 Millimeter langen Säule an einen Faden geknüpft, und an einen andern Faden alle Theilchen Sauerstoff; so müssten beide Fäden in entgegengesetzten Richtungen jeder mit dem Gewicht von*

147830 *Kilogrammen*

oder etwa 2956 *Centnern gespannt werden, um eine Zersetzung des Wassers mit solcher Geschwindigkeit hervorzubringen, nach welcher* 1 *Milligramm Wasser in der Secunde zerlegt werden würde.* Die Spannung bleibt dieselbe für Säulen von verschiedenem Querschnitt, wächst aber proportional mit der Länge der Säule.

Sollte das Wasser unter gleichen Verhältnissen mit geringerer Geschwindigkeit zerlegt werden, z. B. mit der Geschwindigkeit von 1 Milligramm in 2956 Secunden, so würde obige Spannung proportional kleiner sein, z. B. nur 1 Centner betragen. Überhaupt würde die Spannung hienach beliebig klein sein können, immer würde Zersetzung erfolgen, nur aber mit desto geringerer Geschwindigkeit, je kleiner die Spannung wäre. Doch gilt dies nur unter der Voraussetzung, dass die *Widerstandskraft*, welche das Wasser seiner Zersetzung (der Bewegung des Wasserstoffs und Sauerstoffs in entgegengesetzten Richtungen) entgegensetzt, analog der *Widerstandskraft*, welche nach dem Ohm'schen Gesetze metallische Leiter der Bewegung der positiven und negativen Elektricität in ihrem Innern entgegensetzen, der Geschwindigkeit der Zersetzung proportional sei.*) Es ist aber selbst bei metallischen Leitern sehr wahr-

*) Nach dem Ohm'schen Gesetze ist das Verhältniss der Widerstandskraft, welche ein Leiter der Bewegung der Elektricität in seinem Innern entgegensetzt, zur Geschwindigkeit dieser Bewegung eine *Constante*, welche der *Widerstand* des Leiters genannt wird.

scheinlich, dass das Ohm'sche Gesetz der Wirklichkeit nicht genau entspreche, sondern dass streng genommen die Widerstandskraft aus zwei Theilen bestehe, von denen der eine der Geschwindigkeit proportional, der andere constant ist, weil dadurch allein die besseren Leiter (Metalle) mit den schlechteren (Isolatoren) unter ein gemeinschaftliches Gesetz gebracht werden können. Dasselbe gilt wahrscheinlich auch von der Widerstandskraft, welche das Wasser der Bewegung des Wasserstoffs und Sauerstoffs nach entgegengesetzten Richtungen in seinem Innern entgegensetzt. Der *Widerstand* (die Widerstandskraft dividirt durch die Stromgeschwindigkeit) wird dann durch die Summe einer Constanten w und eines der Stromgeschwindigkeit umgekehrt proportionalen Theils $\frac{k}{i}$ dargestellt. Substituirt man nun diese Summe für den *Widerstand* im Ohm'schen Gesetze, so erhält man die Stromintensität i durch die elektromotorische Kraft E und durch die angegebene Summe auf folgende Weise ausgedrückt:

$$i = \frac{E}{w + \frac{k}{i}},$$

oder

$$E = k + wi.$$

Bei den metallischen Leitern ist k sehr klein gegen die bei den Messungen vorkommenden Werthe von wi; bei den Isolatoren verschwindet wi gegen k.

Sind nun auch keine genauen Versuche über das Wasser vorhanden, aus denen der Werth der Constanten k bestimmt werden könnte; so sind doch Versuche vorhanden, durch welche bewiesen wird, dass diese Constante, wenn auch einen kleinen, doch keinen ganz verschwindenden Werth hat. Leitet man nämlich magnetisch inducirte Ströme durch Wasser, so lässt sich aus den messbaren Stromwirkungen entnehmen, dass dieselbe Induction, je nachdem sie schneller oder langsamer ausgeführt wird, mehr oder weniger Wasser zersetze, was nicht der Fall sein dürfte, wenn $k = 0$ wäre. — Bei elektrolytischen Messungen pflegt wi so gross zu sein, dass k dagegen nicht in Betracht kommt.

Man bezeichnet die Kräfte, welche der Trennung des Wasserstoffs und Sauerstoffs im Wasser Widerstand leisten, als *chemische Affinitätskräfte*, die man aber bisher nicht im Stande war, in bekannten Maassen auszudrücken. In diesem Artikel sollte an einem Beispiele gezeigt werden, wie die Resultate der vorhergehenden Untersuchung zur wirklichen

Ausführung einer solchen Bestimmung benutzt werden können. Es wird dadurch der Weg zur näheren Erforschung der *Gesetze der chemischen Affinitätskräfte* gebahnt, wozu aber zahlreichere Messungen dieser Kräfte nöthig sind, wovon hier nur eine Messung als Beispiel gegeben werden sollte.

20.

Elektricitätsgehalt der Leiter.

Die Intensität des durch einen Leiter gehenden Stroms ist proportional der Geschwindigkeit, mit welcher die im Leiter enthaltene positive und negative Elektricität *durch den Querschnitt des Leiters* fliesst, und hängt daher von zwei Faktoren ab: 1) von der in jedem *Längenelemente* des Leiters enthaltenen Elektricitätsmenge (welche die *Capacität* des Leiters genannt werden kann), 2) von der Geschwindigkeit, mit welcher diese Elektricitätsmenge (positive und negative nach entgegengesetzter Richtung) sich im Leiter fortbewegt. Lässt sich nun auch die Intensität des Stromes messen, das heisst die positive und negative Elektricitätsmenge nach bekannten Maassen bestimmen, welche *durch den Querschnitt des Leiters* fliesst, so lässt sich doch weder die in einem *Längenelement* des Leiters enthaltene Elektricitätsmenge noch die *Geschwindigkeit*, mit welcher sich dieselbe im Leiter fortbewegt, einzeln bestimmen: es würde dies nur in solchen Fällen geschehen können, wo die eine Elektricität sich nicht allein bewegte, sondern die Leitertheilchen, in denen sie enthalten wäre, mit fortführte.

Ob nun dieser Fall beim Überspringen der Elektricität von einem Conductor zum andern (durch eine Luftschicht), wobei kleine Theilchen von dem einen Conductor abgerissen und zum andern Conductor hinübergeführt werden, statt finde, ist zwar auf experimentellem Wege nicht ermittelt, und wird sich auch nicht vollständig und sicher ermitteln lassen; doch scheint es unter gewissen Verhältnissen faktisch festzustehen, dass nur von dem positiv geladenen Conductor kleine Theilchen abgerissen und zum negativen Conductor hinüber geführt werden. Auch unterliegt es keinem Zweifel, dass diese kleinen abgerissenen Theilchen mit freier positiver Elektricität geladen sind und dass durch dieselben der Übergang einer bestimmten Elektricitätsmenge von einem Conductor zum andern vermittelt werde. Ob aber nur der Übergang eines Theils oder aller positiver Elektricität von jenem Conductor zu diesem auf diese Weise vermittelt werde, ferner ob in diesen kleinen abgerissenen Theilchen blos freie positive Elektricität oder ausserdem auch eine bestimmte Menge neutralen Fluidums enthalten sei, endlich wie sich dabei die negative Elektricität des andern Conductors verhalte, ist bisher keiner näheren Erörterung unterworfen worden.

Was zunächst das Verhalten der Elektricität des negativ geladenen Conductors betrifft, von welcher unter den erwähnten Verhältnissen kein Theilchen abgerissen und zum positiven Conductor geführt wird, so scheint daraus hervorzugehen, dass die negative Ladung dieses Conductors unter jenen Verhältnissen irgend eine Verzögerung erlitten, und dass daher, ehe diese Ladung die zum Abreissen kleiner Theilchen erforderliche Stärke erreicht habe, die vom positiv geladenen Conductor abgerissenen Theilchen schon zum negativen gelangen und durch Mittheilung ihrer positiven Ladung das Wachsthum der negativen Ladung verhindern. Unter diesen Verhältnissen würde also gar keine Elektricität vom negativ geladenen Conductor zum positiv geladenen übergehen.

Was die andere Frage betrifft, ob die abgerissenen Theilchen blos freie positive Elektricität enthalten, oder ob sie ausserdem eine bestimmte Quantität neutrales Fluidum mit sich führen, so lässt sich eine bestimmte Ansicht hierüber nur auf das Faktum der äussersten Feinheit der abgerissenen Theilchen begründen.

Es ist nämlich bekannt, dass, wenn eine grössere und kleinere Kugel nach der Berührung getrennt werden, die in beiden enthaltene freie Elektricität sich zwischen ihnen nach einem bestimmten Verhältnisse theilt, und zwar so, dass die mittlere Dicke der an der Oberfläche jeder Kugel befindlichen Elektricitätsschicht nicht gleich, sondern dass die an der Oberfläche der kleineren Kugel grösser ist, als die an der Oberfläche der grösseren, und zwar dass das Verhältniss sich dem Verhältniss

$$1,6449 : 1$$

desto mehr nähert, je ungleicher beide Kugeln sind.

Ein abgerissenes Theilchen kann nun als eine äusserst kleine Kugel betrachtet werden, und es wird daher, wenn man die Dicke der an der Oberfläche des positiv geladenen Conductors vorhandenen Elektricitätsschicht mit ε bezeichnet, die Dicke der an der Oberfläche des abgerissenen Theilchens vorhandenen $= 1,6449 \,.\, \varepsilon$ zu setzen sein. Während nun bekanntlich bei dem positiv geladenen Conductor ε gegen den Krümmungshalbmesser seiner Oberfläche verschwindet, lässt sich keineswegs annehmen, dass auch 1,6449 . ε gegen den Halbmesser des kleinen abgerissenen Theilchens verschwinde, im Gegentheil darf man bei der äussersten Kleinheit dieses Theilchen voraussetzen, dass sein Halbmesser kleiner oder wenigstens nicht grösser sei als 1,6449 . ε. Alsdann folgt aber, dass diese Schicht freier positiver Elektricität das ganze Theilchen erfülle und dass also kein von dieser Schicht eingeschlossener Raum vorhanden sei, der eine bestimmte Menge neutralen Fluidums enthielte. Die kleinen abgerissenen Theilchen würden also blos freie positive Elektricität enthalten.

Was endlich die Frage betrifft, ob von dem positiv geladenen Conductor die freie Elektricität nur von den abgerissenen Theilchen zum negativen Conductor hinübergeführt werden, oder ob daneben eine andere Quantität positiver Elektricität ohne ponderabelen Träger sich selbst einen Weg zum negativ geladenen Conductor bahne, so kann nur der Mangel alles physischen Grundes geltend gemacht werden, von dem es abhinge, dass der eine Theil der Elektricität, unter ganz gleichen Verhältnissen, sich unabhängig von seinem ponderabelen Träger bewegen sollte, während der andere seinen ponderabelen Träger mit nachziehen müsste. Da es also von einem Theile der übergehenden Elektricität faktisch feststeht, dass sie ihren ponderabelen Träger mit fortzieht, so muss dasselbe von aller übergehenden Elektricität so lange angenommen werden, bis das Gegentheil bewiesen wird.

Es würde hier also der Fall eines Stromes wirklich vorliegen, bei welchem sich die Leitertheilchen, welche nur positive Elektricität enthalten, fortbewegen. Nun lässt sich nach den gewonnenen Maassbestimmungen die fortbewegte Elektricitätsmenge, welche von dem einen Conductor zum andern übergegangen ist (durch Messung der Stromintensität) genau bestimmen; folglich bleibt nur übrig, auch die Menge der ponderabelen Masse genau zu bestimmen, welche gleichzeitig von dem positiven Conductor abgerissen und an den negativen Conductor angesetzt worden ist. So klein diese ponderabele Masse auch sein mag, so lässt sie sich doch deutlich beobachten und es ist danach anzunehmen, dass auch ihr Gewicht mit den feinsten Wagen, die wir besitzen, sich werde bestimmen lassen.

Jedenfalls wird sich ergeben, dass selbst für sehr grosse Elektricitätsmengen, welche vom positiv geladenen Conductor zum negativ geladenen übergehen, die ponderabele Masse der mit fortgerissenen Leitertheilchen sehr klein sei, dass folglich die in jedem *Längenelemente* des Leiters enthaltene Elektricitätsmenge ausserordentlich gross sei. Je grösser aber diese Elektricitätsmenge ist, desto kleiner ist, bei gegebener Stromintensität, die *Geschwindigkeit*, mit welcher sich diese Elektricitätsmenge im Leiter fortbewegt, und es darf daher diese geringe Geschwindigkeit, mit welcher sich die elektrischen Fluida in ihren Leitern bewegen, in keiner Weise mit der ausserordentlich grossen Geschwindigkeit verwechselt werden, mit welcher die Störung des Gleichgewichts der elektrischen Fluida durch metallische Leiter fortgepflanzt wird, auf welche die bekannten von Wheatstone gemachten Versuche sich beziehen.

Dass die in einem Längenelemente eines *metallischen Leiters* enthaltene Elektricitätsmenge sehr gross, und die Geschwindigkeit, mit welcher sich diese Elektricitätsmenge im Leiter bewegt, bei allen wirklich dargestellten Strömen sehr klein sei, liess sich nach Analogie aus dem für *feuchte Leiter* (Wasser) in Artikel 15 gefundenen Resultate im voraus erwarten. Denn es ist dort gefunden worden, ,dass bei einem Strome, dessen Intensität nach *elektrolytischem* Maasse = 1 ist, eine positive Elektricitätsmenge von $106\frac{2}{3} . 155370 . 10^6$ Einheiten zusammen mit $\frac{1}{9}$ Milligramm Wasserstoff in der einen Richtung, und eine gleich grosse negative Elektricitätsmenge mit $\frac{8}{9}$ Milligramm Sauerstoff verbunden in entgegengesetzter Richtung durch den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde geht, woraus folgt, dass in 1 Milligramm Wasser $106\frac{2}{3} . 155370 . 10^6$ Einheiten positiver und gleich viel negativer Elektricität enthalten sein müsse, die sich aber (zusammen mit ihren ponderabelen Trägern) nur mit der geringen Geschwindigkeit von $\frac{1}{2}$ Millimeter in der Secunde fortbewegen, wenn der Querschnitt des feuchten Leiters nur 1 Quadratmillimeter gross ist. Ist der Querschnitt grösser, so ist die Geschwindigkeit nach Verhältniss noch kleiner.

21.

Anwendung auf Maasse.

Die in der Physik gebräuchlichen Maasse werden in *Grundmaasse* und *abgeleitete Maasse* eingetheilt. In der allgemeinen Mechanik, wo alle Kräfte einzeln als gegeben betrachtet werden, lassen sich alle Maasse auf die drei bekannten Grundmaasse für *Raum, Zeit* und *Masse* zurückführen. — In allen denjenigen Theilen der Physik, wo das *Gravitationsgesetz* vorausgesetzt werden darf, lassen sich alle Maasse blos auf die beiden Grundmaasse für *Raum* und *Zeit* zurückführen, aus denen mit Hülfe des Gravitationsgesetzes auch das Maass der *Masse* abgeleitet wird. Man kann nämlich diejenige Masse zum Maasse nehmen, welche, wenn sie in einem Punkte concentrirt wäre, auf eine andere Masse in der Einheit der Entfernung nach dem Gravitationsgesetze eine Kraft ausübt, die ihr in der Zeiteinheit eine Geschwindigkeit ertheilt gleich der Längeneinheit in der Zeiteinheit.

Es ist nun interessant zu bemerken, dass auch dieses Maasssystem noch einer Vereinfachung fähig ist, und dass es möglich ist alle in der Physik gebrauchten Maasse *aus dem einzigen Grundmaass für Raum* abzuleiten, wenn man zwei Grundgesetze der Natur zu diesem Zwecke voraussetzen darf, nämlich ausser dem *Gravitationsgesetze ponderabeler Massen* das *Grundgesetz der elektrischen Wirkung*. Denn mit Hülfe des letzteren kann auch *das Maass der Zeit aus dem Raummaasse abgeleitet werden.* Man kann nämlich diejenige Zeit zum Maasse nehmen, in welcher sich zwei mit gleichförmiger relativer Geschwindigkeit bewegte elektrische Massen um die Längeneinheit einander nähern oder von einander entfernen müssen, wenn sie nach diesem Gesetze gar keine Wirkung auf einander ausüben sollen.

Wählt man das *Millimeter* zum Raummaasse, so würde unter Voraussetzung des Grundgesetzes der elektrischen Wirkung aus diesem Raummaass ein Zeitmaass abgeleitet werden, welches der

439450 *Millionste Theil einer Secunde*

wäre; denn wenn zwei mit gleichförmiger relativer Geschwindigkeit bewegte elektrische Massen in diesem kleinen Zeitraume um 1 Millimeter sich einander nähern oder von einander entfernen, so üben sie nach dem Grundgesetz der elektrischen Wirkung gar keine Wirkung auf einander aus.

Nachdem auf diese Weise aus dem Raummaass das Zeitmaass abgeleitet worden ist, kann ferner aus diesen beiden Maassen unter Voraussetzung des Gravitationsgesetzes auch das Maass der Masse abgeleitet werden. Es ist nämlich nach dem Gravitationsgesetze die Erde eine Masse, welche, wenn sie in einem Punkte concentrirt wäre, einer andern Masse in einer dem Erdhalbmesser gleichen Entfernung die Beschleunigung $= 9811$ ertheilt, wenn das Millimeter zum Raummaass und die Secunde zum Zeitmaass gebraucht werden. Nimmt man nun statt der Secunde das eben abgeleitete Zeitmaass, welches 439450 Millionen Mal kleiner ist, so ist das abgeleitete Beschleunigungsmaass 439450^2 Billionen Mal grösser, und es ist nach diesem grösseren Maasse obige Beschleunigung

$$= \frac{9811}{439450^2 \cdot 10^{12}}.$$

Setzt man nun den Erdhalbmesser $= 6370 \cdot 10^6$ (Millimeter), so ergiebt sich nach dem Gravitationsgesetze die Erde als eine Masse, welche, wenn sie in einem Punkte concentrirt wäre, einer andern Masse in der Einheit der Entfernung die Beschleunigung

$$= \frac{9811 \cdot 6370^2 \cdot 10^{12}}{439450^2 \cdot 10^{12}}$$

ertheilt, folglich ist eine Masse, welche $\frac{439450^2}{9811 \cdot 6370^2}$ oder fast die Hälfte von der Erdmasse beträgt, diejenige Masse, welche nach dem Gravitationsgesetze, unter Annahme des Millimeters als Raummaasses und mit Hülfe des daraus schon abgeleiteten Zeitmaasses, als *abgeleitetes Massenmaass* erhalten wird.

Aus dem Millimeter als Raummaass und aus dem daraus eben abgeleiteten Zeit- und Massenmaasse werden endlich alle übrigen in der Physik gebrauchten Maasse auf bekannte Weise abgeleitet.

Nach diesem Systeme, wo alle Maasse aus dem einzigen Grundmaasse des Raums abgeleitet werden, ist die Anziehungskraft zweier Massen m, m' in der Entfernung r gleich $\frac{mm'}{rr}$ und die Abstossungskraft zweier Elektricitätsmengen e, e' in der Entfernung r gleich $\frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{dr^2}{dt^2} + 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)$, ohne dass diesen Ausdrücken oder einzelnen Gliedern derselben constante Faktoren beizufügen sind.

Anhang.

I. Beschreibung der Torsionswage.

Um eine ungleiche Rückwirkung der von den geladenen Kugeln durch Influenz elektrisirten Wände der Torsionswage auf die bewegliche Kugel möglichst zu vermeiden, ist die Wage in ungewöhnlich grossem Maassstabe ausgeführt. Der Kasten, in welchem die Kugeln hingen, war parallelepipedisch 1,16 Meter lang, 0^m87 breit und 1^m44 hoch. Die 12 Kanten des Parallelepipeds waren aus quadratischen Pfosten (80^{mm} Seite) von hartem Holze gezimmert. Nachdem das Gerüst auf einem grossen fundamentirten Stein festgestellt war, wurde als Deckel eine schwere Holzplatte aufgelegt, die Seitenwände aber wurden in der Weise mit scharf angespanntem Wachstuch bekleidet, dass die Kanten der Pfosten nicht in das Innere des Raumes hineinragten. Nach dieser Bekleidung, welche zum Einhängen der Apparate blos das obere Viertel einer Wand offen liess, wurde die Festigkeit des Kastens durch angeschraubte Streben noch sehr vermehrt. Bei der Messung selbst wurde die Öffnung, nachdem die Standkugel eingebracht war, durch einen Schieber geschlossen. Ausserdem war aber der ganze Kasten mehrfach mit Tüchern und Decken, die auf dem Steine noch auflagen, behängt, um jeden Luftzug abzuhalten. Dennoch war es nöthig, Nachts in dem ungeheizten Zimmer zu beobachten, weil das Öffnen und Schliessen der Thüren in andern Theilen des Gebäudes und die ungleiche Erwärmung namentlich des Fussbodens durch die Sonne zu Luftströmungen Veranlassung wurden, welche ein Schwanken der beweglichen Kugel zuweilen bis zu einem halben Grade hervorbrachten. Nachts aber, wenn die Luft draussen nicht zu unruhig war, schwankte die Kugel nicht um eine Minute.

Über der Mitte des Deckels, dessen Durchschnitt Fig. 2 mit D bezeichnet ist, war der Torsionskreis T befestigt, dessen Alhidade AA' die einzelne Minute durch ihre Nonien ablesen liess und zur feineren Regulirung der Torsion durch einen Hook'schen Schlüssel H, oder nach dessen Auslösung auch frei durch die Hand geführt werden konnte. Weiter bedeuten die Buchstaben der Figur:

a den hartgezogenen Messingdraht (Nr. 12) 398^{mm} lang, in der Axe der Alhidade befestigt;

b einen kleinen Messingcylinder mit Seitenschraube, um ihn am unteren Ende von *a* festzuklemmen. Unten an ihm ist

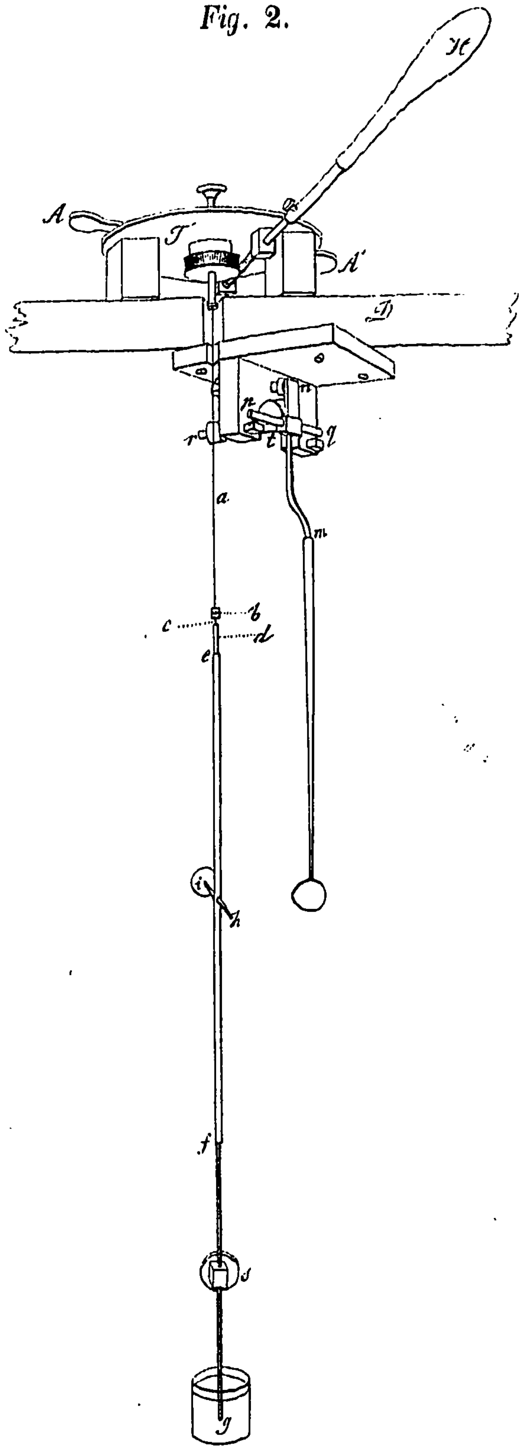
c eine 5^{mm} vorragende Schraubenspindel, entweder um die Körper anzuschrauben, durch deren Schwingungsdauer der Torsionscoefficient bestimmt werden sollte, oder den Messingdraht

d, an welchen die 5^{mm} dicke, 450^{mm} lange cylindrische Stange *ef* von reinem Schellack angeschmolzen war.*)

hi bedeutet den Schellackhebel für die bewegliche Kugel, der sich beiderseits bei etwa 60^{mm} Länge bis zu 2^{mm}5 Dicke verjüngte.

fg ist ein Draht, unten einen Zoll weit in Olivenöl tauchend, mit einem in Holz gefassten Spiegel *s*. Das Öl hat die Wirkung, nicht nur die Schwankungen der beweglichen Kugel, sondern auch die durch Erschütterungen entstandenen Pendel-

Fig. 2.



*) Gegen die Grösse des oberen Theiles der Figur, ist die Länge *ef*, wie überhaupt die Länge *Tg* zu gering gezeichnet. Die Kugeln waren vom Deckel weiter entfernt.

bewegungen der langen Stange in kürzester Zeit zu beruhigen, während es andererseits durchaus kein Hinderniss ist, dass der Hebel der allergeringsten Torsionsänderung folgt.

Die beiden Kugeln der Drehwage bestanden aus sehr dünnem Argentanblech, waren fein polirt und vergoldet, und blos durch Erhitzen an das Schellack angeklebt.

Die lange, unten sich verdünnende vertikale Schellackstange für die *Standkugel* war an eine gekrümmte Messingstange *mn* geklebt. Mit dieser war eine horizontale Axe *pq* mit zwei Stahlspitzen und rechtwinklig dazu ein Messingstab *rt* mit einem Laufgewichte fest verbunden. Die Spitzen standen auf Messinglagern, *q* in einem conischen Loch, *p* in einem Schlitz. Das Laufgewicht drückte das obere Ende der Messingstange *mn* gegen eine Stellschraube, so dass jedesmal nach erneutem Aus- und Einbringen die Standkugel genau dieselbe Lage in der Torsionswage bekommen musste. Drückte man zum Laden der beweglichen Kugel die Messingstange *mn* nach vorn, bis der Stab *tr* gegen eine Stellschraube trat, so befand sich die geladene Standkugel neben der beweglichen, zog sie an und lud sie, ohne dass letztere erst einen grossen Bogen zu beschreiben brauchte.

Dem Spiegel *s* gegenüber war in der Wand der Torsionswage eine mit einem Planglase verschlossene Öffnung. Aussen in einiger Entfernung befand sich eine horizontale Skala, deren Spiegelbild in einem Fernrohr beobachtet werden konnte. Die Entfernung der Skala war so gewählt, dass, wenn die Drehung des Hebels der Torsionswage eine Minute betrug, die Skala im Fernrohr sich um einen Skalentheil bewegte. Zugleich war die Skala so gestellt, dass dann, wenn die Mittelpunkte der beiden Kugeln mit der Drehaxe genau einen rechten Winkel bildeten, ihr in der Mitte gelegener Nullpunkt, von dem aus sie nach beiden Seiten numerirt war, grade im Faden des Fernrohrs erschien.

Dies war die Lage der Kugeln, in der sie beobachtet werden sollten und die auf diese Weise mit grosser Schärfe immer erkannt werden konnte. Hatte sich nach ihrer Elektrisirung die bewegliche Kugel weiter von der Standkugel entfernt, so konnte der am Fernrohr befindliche Beobachter sogleich ablesen, um wie viele Grade oder Minuten ihr Stand durch die Torsion corrigirt werden musste. Andererseits war an dem Hook'schen Schlüssel eine Scheibe angebracht, welche die Drehung dieses Schlüssels in Minuten der Drehung der Alhidade erkennen liess, und so konnte der die Torsion regulirende zweite Beobachter, ohne auf den Nonius zu sehn, auf Commando*) die Correction herbeiführen. Einige Übung in der rechtzeitigen Ertheilung und Ausführung dieses Commandos und die vortreffliche Wirkung des Öls brachten es bald dahin, dass in verhältnissmässig sehr kurzer Zeit die durch das Laden in heftige Bewegung gerathene bewegliche Kugel vollkommen ruhig so stand, dass die Mittelpunkte der beiden Kugeln mit der Drehaxe einen Winkel bildeten, der um wenige Minuten grösser als ein Rechter war, d. h. dass im Fernrohr der Nullpunkt der Skala um einige Theilstriche vom Faden des Fernrohrs abstand. Der Elektricitätsverlust führte dann durch die vorhandene Torsion von selbst die Kugel allmählig näher an die Standkugel heran, so dass der Zeitpunkt, in welchem der Nullpunkt der langsam wandernden Skala den Faden des Fernrohrs passirte, mit Schärfe zu bestimmen war. Darauf wurde die Torsion abgelesen.

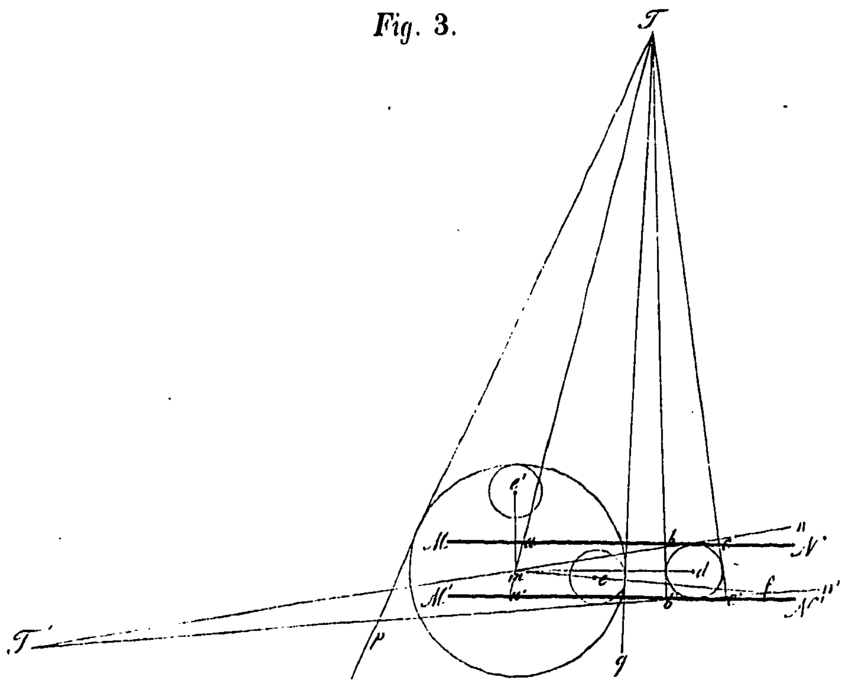
Derjenige Stand, bei welchem die Mittelpunkte der beiden Kugeln mit der Drehaxe der Torsionswage genau einen rechten Winkel bildeten, ist folgendermaassen gefunden.

Nachdem statt der Schellackstange an dem kleinen Cylinder des Torsionsdrahtes ein unten beschwerter feiner Faden befestigt war, dessen Projection Fig. 3 m die Drehaxe vorstellt, wurde ein Theodolith T in der Entfernung von einigen Metern aufgestellt und die Entfernung Tm genau gemessen. Darauf wurde ein in Millimeter getheilter Maassstab von Elfenbein horizontal in die Lagen MN und $M'N'$ gebracht, so dass er jedesmal parallel mit md stand und die Standkugel in der halben Höhe tangirte. Der vertikale Faden im Fernrohr des Theodolithen liess die Längen ab, ac, $a'b'$ und $a'c'$ bei der starken Vergrösserung auf den zehnten Theil eines Millimeters schätzen. Es ist dann

$$md = \tfrac{1}{4}\,(ab + ac + a'b' + a'c').$$

*) Will man den Hebel einer nicht geladenen Torsionswage aus einer Lage in eine andere bringen, ohne dass lange andauernde Oscillationen entstehen, so mache man, wenn der Hebel noch ruht, die halbe Correction plötzlich, die andere Hälfte dann eben so plötzlich in dem Augenblicke, wo der Hebel seine grösste Elongation erreicht und umkehren will. Dann wird er desto ruhiger stehen, je weniger der Widerstand der Luft gegen sein Trägheitsmoment in Betracht kommt. Bei der geladenen Torsionswage erreicht man auf diese Weise den Zweck angenähert.

Fig. 3.



Darauf wurde ein zweiter Theodolith in einen solchen Punkt T' gestellt, dass der vertikale Faden seines Fernrohrs die Drehaxe m deckte und die Standkugel tangirte. Nachdem $T'm$ gemessen war, wurde das Fernrohr in die Lage $T'n$ gedreht, so dass der Faden die andere Seite der Standkugel tangirte, und blieb dann unverrückt so stehen.

Jetzt hängte man die Schellackstange mit der beweglichen Kugel wieder an den Torsionsdraht und maass mit dem Theodolithen T den Winkel pTq. Die vor Lichtreflexen geschützte bewegliche Kugel zeichnete sich auf weissem Hintergrunde sehr scharf ab und wies dem Theodolithen bei langsamer Drehung die Tangenten des Kreises, innerhalb dessen sie sich bewegte. Der Abstand des Mittelpunktes der beweglichen Kugel von der Drehaxe ist also

$$mc = Tm \sin \tfrac{1}{2} pTq - r',$$

wobei r' der vorher gemessene Radius der beweglichen Kugel ist.

Nun wurde die Standkugel herausgenommen, der Kasten der Torsionswage, um Luftströmungen zu vermeiden, ganz geschlossen bis auf zwei kleine Öffnungen in der schon bekannten Richtung $T'n'$, und durch den Torsionsdraht die bewegliche Kugel so gestellt, dass sie von der Richtung $T'n'$ tangirt wurde.

Die bewegliche Kugel musste jetzt um $90^0 + dmc$ gedreht werden, wenn ihr Mittelpunkt in die Lage e' kommen sollte, welche mit m und d einen rechten Winkel beschreibt. Nun ist der Winkel

$$dme = mfT' + mT'f - nmd,$$

während

$$mfT' = \text{arc sin } \frac{T'm \sin mT'n' - r'}{me},$$

$$mT'f = 2 \,.\, \text{arc sin } \frac{r}{T'm + md \cos nmd},$$

$$nmd = \text{arc sin } \frac{r}{md} \text{ *)}.$$

Da hier alles gegeben ist, so liess sich dme leicht berechnen, und es wurde nun die Drehung der beweglichen Kugel um $90^0 + dme$ mittelst des Torsionskreises vorgenommen und der Nullpunkt der Beobachtungsskala richtig gestellt.

II. Beschreibung der Tangentenboussole.

Der zu dem Multiplicator verwendete Kupferdraht war vorzüglich gut mit Seide besponnen und darauf in seiner ganzen Länge von fast $\frac{2}{3}$ Meilen durch Collodium gezogen.**) Von der grossen Rolle, auf welcher er sich dann befand, wurde er, durch Hülfe eines Flaschenzuges sehr gleichmässig gespannt, auf den kreisförmigen Ring der Tangentenboussole in 5635 Windungen aufgewunden. Dieser Metallring, der eine Rinne von rechteckigem Querschnitt bildete, war überall, wo sich der Draht an ihn anlegte, vorher in der Hitze dick mit Siegellack überzogen. In den Ring wurde nachher ein 20 Pfund schwerer Kupferring als Dämpfer gestellt. Alles Übrige solcher Einrichtungen ist bekannt.

Die Hauptsache war, die Überzeugung zu erlangen, dass wirklich alle Windungen der Tangentenboussole von dem Entladungsstrom durchlaufen wurden und nicht etwa ein Überspringen eines Theiles derselben durch einen in der Tiefe der Windungen vielleicht nicht sichtbaren Fun-

---

*) Diese vielen Umstände wurden durch die Undurchsichtigkeit des hängenden Schellackstabes geboten.

**) Versuche, ob dadurch das Isolationsvermögen wirklich wächst, sind nicht angestellt, man sollte es aber annehmen. Jedenfalls erreicht man dadurch, dass die Seide nicht nur auf dem Drahte sehr fest haftet, sondern auch, dass sie an der Oberfläche nicht leicht rauh wird. Das Verfahren ist einfach: Von der Originalrolle leitet man den Draht um eine kleine feste Rolle mit horizontaler Axe und von da in grosser Entfernung zu einer grossen Rolle, auf die er vorläufig aufgewunden wird. Die kleine feste Rolle taucht zur Hälfte in ein Gefäss mit Collodium.

ken geschah. Nun war ein in Marburg oft gebrauchter kleiner Multiplicator von 1000 Windungen zur Hand, und es liess sich aus den Dimensionen der beiden Instrumente vorhersehn, dass sie gegen die Entladung einer Leidener Flasche ungefähr gleiche Empfindlichkeit haben würden. Beide Multiplicatoren wurden so verbunden, dass dieselbe durch Wassersäulen verzögerte Entladung einer grösseren Leidener Flasche durch die Windungen beider fliessen musste. Wenn nun nicht nur das vorhergesehene Verhältniss der Empfindlichkeit eintrat, sondern bei einer Steigerung der Ladung sowohl die Angaben beider Boussolen unter einander proportional blieben, als auch den Angaben eines Sinuselektrometers entsprachen, welches, mit der Leidener Flasche verbunden, deren einzelne Ladungen vergleichen liess, so konnte man überzeugt sein, dass die grosse Tangentenboussole ihrem Zwecke entsprach. Bei allen Entladungen, welche durch ein besonders construirtes Pendel regulirt wurden, blieb der Knopf der Flasche dieselbe Zeit und zwar nur $\frac{3}{8}$ Secunden lang mit dem Multiplicator in Verbindung, um von dem wieder auftretenden Rückstande nur einen sehr kleinen und zwar proportionalen Theil zur Wirkung kommen zu lassen. Folgendes sind die Resultate:

Nr.	*a.* Ablenkung φ des Sinuselektromet.	*b.* $\sqrt{\sin\varphi}$.	*c.* Kleiner Multiplicat. Elongation in Skalenth.	*d.* Tangentenboussole. Elongation in Skalenth.	$\frac{d}{c}$	$\frac{d}{b}$
1.	9° 31′	0,4078	41.75	170,40	4,1060	417,85
2.	19° 59′	0,5845	59,50	244,85	4,1151	418,91
3.	34° 57′	0,7569	76,95	316,10	4,1078	417,62
4.	49° 54′	0,8746	88,97	365,45	4,1076	417,85

Jede der Zahlen unter *c* und *d* ist das Mittel aus 2 bis 3 Messungen, die unter einander höchstens um 1 Skalentheil differirten. Die verlangte Proportionalität stellt sich also sehr vollkommen heraus. Nun war der Abstand des Spiegels von der Skala bei dem kleinen Multiplicator 1633, bei dem grossen 6437,6 Skalentheile und ihre Empfindlichkeit verhält sich also, wie oben ungefähr gefordert wurde, nämlich wie 1 : 1,0423.

Diese Messungen, von denen die zweite offenbar bei der Tangentenboussole einen Beobachtungsfehler voraussetzen lässt, zeigen bei allen drei Instrumenten eine ausserordentliche Feinheit in der Vergleichung der disponiblen Ladung einer Leidener Flasche.

Inhalt.

Verbesserung.

In der Abhandlung: „Elektrodynamische Maassbestimmungen insbesondre über Diamagnetismus" in den Abhandlungen der K. Sächs. Ges. der Wissensch. I. Art. 26. Seite 572. Zeile 20 — 22 soll es heissen:

„Durch Ausführung der Integration erhält man für y folgenden Ausdruck:

$$y = \tfrac{2}{3}\, n\mu \frac{X}{D}, \quad \text{wenn } X < D$$

$$y = n\mu \left(1 - \tfrac{1}{3} \frac{DD}{XX}\right), \quad \text{wenn } X > D."$$