

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXXV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,
Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXVIII.

PREMIER MÉMOIRE
SUR
L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.
Par M. COULOMB.

Construction & usage d'une Balance électrique, fondée sur la propriété qu'ont les Fils de métal, d'avoir une force de réaction de Torsion proportionnelle à l'angle de Torsion.

Détermination expérimentale de la loi suivant laquelle les élémens des Corps électrisés du même genre d'Électricité, se repoussent mutuellement.

DANS un Mémoire donné à l'Académie, en 1784. j'ai déterminé, d'après l'expérience, les loix de la force de torsion d'un fil de métal, & j'ai trouvé que cette force étoit, en raison composée de l'angle de torsion, de la quatrième puissance du diamètre du fil de suspension & de l'inverse de sa longueur, en multipliant le tout par un coefficient constant qui dépend de la nature du métal, & qui est facile à déterminer par l'expérience.

J'ai fait voir dans le même Mémoire, qu'au moyen de cette force de torsion, il étoit possible de mesurer avec précision des forces très-peu considérables, comme, par exemple, un dix millième de grain: J'ai donné dans le même Mémoire une première application de cette théorie, en cherchant à évaluer la force constante attribuée à l'adhérence dans la formule qui exprime le frottement de la surface d'un corps solide en mouvement dans un fluide.

Je mets aujourd'hui sous les yeux de l'Académie, une balance électrique construite d'après les mêmes principes;

Mém. 1785.

Cccc

elle mesure avec la plus grande exactitude l'état & la force électrique d'un corps, quelque foible que soit le degré d'électricité.

Construction de la Balance.

Quoique la pratique m'ait appris que, pour exécuter d'une manière commode plusieurs expériences électriques, il faut corriger quelques défauts dans la première balance de ce genre que j'ai fait faire; cependant, comme c'est jusqu'ici la seule dont je me sois servi, j'en vais donner la description, en avertissant que sa forme & sa grandeur peuvent & doivent être variées suivant la nature des expériences que l'on a dessein de faire. La figure première représente en perspective cette balance, dont voici le détail.

Sur un cylindre de verre *ABCD*, de 12 pouces de diamètre & de 12 pouces de hauteur, l'on place un plateau de verre de 13 pouces de diamètre, qui recouvre en entier le vaisseau de verre; ce plateau est percé de deux trous de 20 lignes à peu-près de diamètre, l'un au milieu, en *f*, sur lequel s'élève un tuyau de verre de 24 pouces de hauteur; ce tuyau est cimenté sur le trou *f*, avec le ciment en usage dans les appareils électriques: à l'extrémité supérieure du tuyau en *h*, est placé un micromètre de torsion que l'on voit en détail à la figure 2. La partie supérieure, n.° 1, porte le bouton *b*, l'index *io*, & la pince de suspension *q*; cette pièce entre dans le trou *G* de la pièce n.° 2; cette pièce, n.° 2 est formée d'un cercle *ab* divisé sur son champ en 360 degrés, & d'un tuyau de cuivre Φ qui entre dans le tuyau *H*, n.° 3, soudé à l'intérieur de l'extrémité supérieure du tuyau ou de la tige *fh* de verre de la figure 1.^{re}. La pince *q*, figure 2, n.° 1, a à peu-près la forme de l'extrémité d'un porte-crayon solide, qui peut se serrer au moyen de l'anneau *q*; c'est dans la pince de ce porte-crayon, qu'est saisie l'extrémité d'un fil d'argent très-fin; l'autre extrémité du fil d'argent est saisie (fig. 3), en *P*, par la pince d'un cylindre *PO* de cuivre ou de fer,

dont le diamètre n'a guère qu'une ligne, & dont l'extrémité P est fendue, & forme une pince qui se serre par le moyen du coulant Φ . Ce petit cylindre est renté & percé en C , pour y faire glisser (*fig. 1*) l'aiguille ag : il faut que le poids de ce petit cylindre soit assez considérable pour tendre le fil d'argent sans le rompre. L'aiguille que l'on voit (*fig. 1*) en ag , suspendue horizontalement à la moitié à peu-près de la hauteur du grand vase qui la renferme, est formée, ou d'un fil de soie enduit de cire d'Espagne, ou d'une paille également enduite de cire d'Espagne, & terminée depuis g jusqu'en a , sur 18 lignes de longueur, par un fil cylindrique de gomme-laque: à l'extrémité a de cette aiguille, est une petite balle de sureau de deux à trois lignes de diamètre; en g , est un petit plan vertical de papier passé à la térébenthine, qui sert de contre-poids à la balle a , & qui ralentit les oscillations.

Nous avons dit que le couvercle AC étoit percé d'un second trou en m ; c'est dans ce second trou que l'on introduit un petit cylindre $m\Phi t$, dont la partie inférieure Φt est de gomme-laque; en t , est une balle également de sureau; autour du vase, à la hauteur de l'aiguille, l'on décrit un cercle ζQ divisé en 360 degrés: pour plus de simplicité, je me sers d'une bande de papier divisée en 360 degrés, que je colle autour du vase, à la hauteur de l'aiguille.

Pour commencer à opérer avec cet instrument, je fais à peu-près, en plaçant le couvercle, répondre le trou m à la première division, ou au point o du cercle $\zeta o q$ tracé sur le vase. Je place l'index oi du micromètre sur le point o ou la première division de ce micromètre; je fais ensuite tourner tout le micromètre dans le tube vertical fh , jusqu'à ce qu'en regardant par le fil vertical qui suspend l'aiguille, & le centre de la balle, l'aiguille ag se trouve répondre à la première division du cercle $\zeta o q$. J'introduis ensuite par le trou m l'autre balle t suspendue au fil $m\Phi t$, de manière qu'elle touche la balle a , & qu'en regardant par le centre

du fil de suspension & la balle *t*, l'on rencontre la première division *o* du cercle *z o q*. La balance est actuellement en état de se prêter à toutes les opérations; nous allons en donner pour exemple, le moyen dont nous nous sommes servi pour déterminer la loi fondamentale suivant laquelle les corps électrisés se repoussent.

Loi fondamentale de l'Électricité.

La force répulsive de deux petits globes électrisés de la même nature d'électricité, est en raison inverse du carré de la distance du centre des deux globes.

E X P É R I E N C E.

L'on électrise, *fig. 4*, un petit conducteur, qui n'est autre chose, qu'une épingle à grosse tête, qui se trouve isolée en enfonçant la pointe dans l'extrémité d'un bâton de cire d'Espagne; l'on introduit cette épingle dans le trou *m*, & on lui fait toucher la balle *t*, en contact avec la balle *a*: en retirant l'épingle, les deux balles se trouvent électrisées de la même nature d'électricité, & elles se chassent mutuellement, à une distance que l'on mesure, en regardant par le fil de suspension & le centre de la balle *a*, la division correspondante du cercle *z o q*: tournant ensuite l'index du micromètre dans le sens, *p n o*, l'on tord le fil de suspension *lp*, & l'on produit une force proportionnelle à l'angle de torsion, qui tend à rapprocher la balle *a* de la balle *t*. L'on observe, par ce moyen, la distance à laquelle différens angles de torsion ramènent la balle *a* vers la balle *t*, & en comparant les forces de torsions avec les distances correspondantes des deux balles, l'on détermine la loi de répulsion.

Je présenterai seulement ici, quelques essais qui sont faciles à répéter, & qui mettront tout de suite sous les yeux, la loi de la répulsion.

Premier Essai. Ayant électrisé les deux balles avec la

tête d'épingle, l'index du micromètre répondant à o , la balle a de l'aiguille s'est éloignée de la balle t de 36 degrés.

Deuxième Essai. Ayant tordu le fil de suspension, au moyen du bouton o du micromètre de 126 degrés, les deux balles se sont rapprochées & arrêtées à 18 degrés de distance l'une de l'autre.

Troisième Essai. Ayant tordu le fil de suspension de 567 degrés, les deux balles se sont rapprochées à 8 degrés & demi.

Explication & résultat de cette expérience.

Lorsque les balles ne sont pas encore électrisées, elles se touchent, & le centre de la balle a , suspendue à l'aiguille, n'est éloigné du point où la torsion du fil de suspension est nulle, que de la moitié des diamètres de deux balles. Il faut être averti que le fil d'argent lp , qui formoit la suspension, avoit 28 pouces de longueur, & ce fil étoit si fin, que le pied de longueur de ce fil ne pesoit que $\frac{1}{6}$ de grains. En calculant la force qu'il falloit pour tordre ce fil, en agissant au point a , éloigné de quatre pouces du fil lp ou du centre de suspension, j'ai trouvé, par les formules expliquées dans un Mémoire sur les loix de la force de torsion des fils de métal, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784, que pour tordre ce fil de 360 degrés, il ne falloit employer au point a , en agissant avec le levier au , de quatre pouces de longueur, qu'une force de $\frac{1}{340}$ de grains: ainsi comme les forces de torsion sont, comme il est prouvé dans ce Mémoire, comme les angles de torsion, la moindre force répulsive entre les deux balles, les éloignoit sensiblement l'une de l'autre.

Nous trouvons dans notre première expérience, où l'index du micromètre est sur le point o , que les balles sont éloignées de 36 degrés, ce qui produit en même temps une force de torsion de $36^d = \frac{1}{3400}$ de grain; dans le

574 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

second essai, la distance des balles est de 18 degrés, mais comme l'on a tordu le micromètre de 126 degrés, il en résulte qu'à une distance de 18 degrés, la force répulsive étoit 144 degrés: ainsi à la moitié de la première distance, la répulsion des balles est quadruple.

Dans le troisième essai, l'on a tordu le fil de suspension de 567 degrés, & les deux balles ne se trouvent plus éloignées que de 8 degrés & demi. La torsion totale, étoit par conséquent, 576 degrés, quadruple de celle du deuxième essai, & il ne s'en falloit que d'un demi-degré que la distance des deux balles dans ce troisième essai, ne fut réduite à la moitié de celle où elle étoit au deuxième. Il résulte donc de ces trois essais, que l'action répulsive que les deux balles électrisées de la même nature d'électricité exercent l'une sur l'autre, suit la raison inverse du carré des distances.

Première Remarque.

En répétant l'expérience qui précède, l'on observera, qu'en se servant d'un fil d'argent, aussi fin que celui que nous avons employé, qui ne donne pour la force de torsion d'un angle de 5 degrés, qu'un 24 millième de grain, à peu-près, quelque calme que soit l'air, & quelques précautions que l'on prenne, l'on ne pourra répondre de la position naturelle de l'aiguille, lorsque la torsion est nulle, qu'à 2 ou 3 degrés près. Ainsi, pour avoir un premier essai à comparer avec les suivans, il faut, après avoir électrisé les deux balles, tordre le fil de suspension de 30 à 40 degrés, ce qui réuni à la distance des deux balles observées, donnera une force de torsion assez considérable, pour que les 2 ou 3 degrés d'incertitude dans la première position de l'aiguille, lorsque la torsion est nulle, ne produisent pas dans les résultats une erreur sensible. Il faut d'ailleurs être averti, que le fil d'argent, dont je me suis servi dans cette expérience, est si fin, qu'il casse au moindre ébranlement: j'ai trouvé dans la suite, qu'il étoit plus com-

mode d'employer dans les expériences un fil de suspension d'un diamètre presque double, quoique la flexibilité de torsion fût de quatorze à quinze fois moins grande que celle du premier. Il faut avoir soin, avant de faire usage de ce fil d'argent, de le tenir pendant deux ou trois jours tendu par un poids qui soit à peu-près la moitié de celui qu'il peut porter sans se rompre; il faut encore avertir, qu'en employant ce dernier fil d'argent, il ne faut jamais le tordre au-delà de 300 degrés, parce que passé ce terme de torsion, il commence à s'écrouir, & ne réagit plus, ainsi que nous l'avons prouvé dans le Mémoire déjà cité, imprimé en 1784, qu'avec une force moindre que l'angle de torsion.

Deuxième Remarque.

L'électricité des deux balles diminue un peu pendant le temps que dure l'expérience; j'ai éprouvé que, le jour où j'ai fait les essais qui précèdent, les balles électrisées se trouvant par leur répulsion à 30 degrés de distance l'une de l'autre, sous un angle de torsion de 50 degrés, elles se sont rapprochées d'un degré dans trois minutes; mais comme je n'ai employé que deux minutes à faire les trois essais qui précèdent, l'on peut, dans ces expériences, négliger l'erreur qui résulte de la perte de l'électricité. Si l'on desire une plus grande précision, où lorsque l'air est humide, & que l'électricité se perd rapidement, l'on doit, par une première observation, déterminer la doit ou la diminution de l'action électrique des deux balles dans chaque minute, & se servir ensuite de cette première observation, pour corriger les résultats des expériences que l'on voudra faire ce jour-là.

Troisième Remarque.

La distance des deux balles, lorsqu'elles sont éloignées l'une de l'autre par leur action répulsive réciproque, n'est pas précisément mesurée par l'angle qu'elles forment, mais par la corde de l'arc qui joint leur centre; de

même que le levier à l'extrémité duquel s'exerce l'action, n'est pas mesuré par la moitié de la longueur de l'aiguille, ou par le rayon, mais par le cosinus de la moitié de l'angle formé par la distance des deux balles; ces deux quantités, dont l'une est plus petite que l'arc, & diminue par conséquent la distance mesurée par cet arc, dans le temps que l'autre diminue le levier, se compensent en quelque façon; & dans les expériences du genre de celles dont nous sommes occupés, l'on peut sans erreur sensible, s'en tenir à l'évaluation que nous avons donnée, si la distance des deux balles ne passe pas 25 à 30 degrés; dans les autres cas, il faut en faire le calcul rigoureusement.

Quatrième Remarque.

Comme l'expérience prouve, que dans une chambre bien fermée, l'on peut déterminer avec le premier fil d'argent à 2 ou 3 degrés près, la position de l'aiguille, quand la torsion est nulle, ce qui donne, d'après le calcul des forces de torsion, proportionnelles à l'angle de torsion, une force tout au plus d'un quarante millième de grains, les plus foibles degrés de l'électricité se mesureront facilement avec cette balance. Pour cette opération, l'on fait passer, *fig. 5*, à travers un bouchon de cire d'Espagne, un petit fil de cuivre *c d*, terminé en *c* par un crochet, & en *d*, par une petite balle de sureau dorée, & l'on met le bouchon *A* dans le trou *m* de la balance *fig. 1*, de manière que le centre de la balle *d*, vue par le fil de suspension, répond au point *o* du cercle *z o q*; en approchant ensuite un corps électrisé du crochet *c*, quelque foible que soit l'électricité de ce corps, la balle *a* se séparant de la balle *d*, donne des signes de l'électricité, & la distance des deux balles en mesure la force, d'après le principe de la raison inverse du carré des distances.

Mais je dois prévenir que, depuis ces premières expériences, j'ai fait exécuter différens petits électromètres, d'après

d'après les mêmes principes de la force de torsion, en me servant pour le fil de suspension, d'un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, ou d'un poil de chèvre d'Angora. Un de ces électromètres qui a à peu-près la même forme que la balance électrique, décrite dans ce Mémoire, est beaucoup plus petit; il n'a que 5 à 6 pouces de diamètre, une tige d'un pouce; l'aiguille est un petit fil de gomme-laque de 12 lignes de longueur, terminé en *a* par un petit cercle très-léger de clinquant. L'aiguille & le clinquant pèsent à peu-près un quart de grain; le fil de suspension, tel qu'il sort du cocon, ayant 4 pouces de longueur, a une flexibilité telle, qu'en agissant avec un bras de levier d'un pouce, il ne faut qu'un soixante millième de grain pour le tordre d'un cercle entier ou de 360 degrés: en présentant dans cet électromètre au crochet *C* de la figure 5, un bâton ordinaire de cire d'Espagne, électrisé par frottement à 3 pieds de distance de ce crochet, l'aiguille est chassée à plus de 90 degrés. Nous décrirons plus en détail dans la suite cet électromètre, lorsque nous voudrons déterminer la nature & le degré d'électricité de différens corps, qui en frottant l'un contre l'autre, prennent un degré d'électricité très-foible.



SECONDE MÉMOIRE

S U R

L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

Où l'on détermine, suivant quelles loix le Fluide magnétique, ainsi que le Fluide électrique, agissent, soit par répulsion, soit par attraction.

Par M. COULOMB.

LA balance électrique que j'ai présentée à l'Académie, au mois de Juin 1785, mesurant avec exactitude, & d'une manière simple & directe, la répulsion de deux balles qui ont une électricité de même nature, il a été facile de prouver, en se servant de cette balance, que l'action répulsive de deux balles électrisées de la même nature d'électricité, & placées à différentes distances, étoit très-exactement en raison inverse du carré des distances; mais lorsque j'ai voulu me servir du même moyen pour déterminer la force attractive des deux balles chargées d'une électricité de différente nature, j'ai rencontré, en me servant de cette balance pour mesurer l'attraction des deux balles, un inconvénient dans la pratique, qui n'a pas lieu dans l'opération pour mesurer la répulsion. La difficulté pratique tient à ce que, lorsque les deux balles se rapprochent en s'attirant, la force d'attraction qui croît, comme nous allons bientôt le voir, dans le rapport de la raison inverse du carré des distances, croît souvent dans un plus grand rapport que la force de torsion qui croît seulement comme l'angle de torsion; en sorte que ce n'est qu'après avoir manqué beaucoup d'expériences, que l'on vient à bout d'empêcher les balles qui s'attirent, de se toucher, à moins d'opposer un obstacle idio-électrique au

mouvement de l'aiguille; mais comme notre balance est souvent destinée à mesurer des actions de moins d'un milliè- me de grains, la cohérence de l'aiguille avec cet obstacle, trouble les résultats, & oblige à un tâtonnement, pendant lequel une partie de l'électricité se perd.

La figure 1, & le calcul qui va suivre, vont faire sentir en quoi consistent les difficultés de l'opération, & montreront en même temps les limites dans lesquelles il faut renfermer les expériences pour en assurer le succès.

Que *aca'* soit la position naturelle de l'aiguille, lorsque le fil de suspension n'est pas encore tordu; *a* représente la balle de sùreau, attachée à l'aiguille *aa'* de nature idio- électrique; *b* est la balle suspendue dans le trou de la balance. Que l'on électrise les deux balles, l'une de l'élec- tricité que l'on nomme *positive*, l'autre de l'électricité que l'on nomme *negative*, elles s'attireront mutuellement; la balle *a* de l'aiguille tendant à s'approcher du globe *b*, prendra la position $\phi c\phi'$; cette position sera telle, que la force de réaction de torsion représentée par *ac\phi*, angle dont le fil de suspension aura été tordu, sera égale à la force attractive des deux balles; & si cette force attractive étoit proportionnelle à la raison inverse du carré des dis- tances, comme nous l'avons trouvée pour la force répulsive, dans notre premier Mémoire, l'on auroit, en faisant $ab = a, a\phi = x, D =$ le produit de la masse électrique des deux balles, & les arcs *a* & *x* assez petits pour qu'ils pussent mesurer la distance des deux balles (autrement il faudroit prendre la corde de cet arc pour la distance, & le cosinus de sa moitié pour le bras de levier); l'on auroit, dis-je, d'après ces suppositions, pour l'équilibre entre l'attrac- tion des deux balles & la réaction de la torsion, la formule

$$nx = \frac{D}{(a-x)^2},$$

ou $D = nx(a-x)^2$; d'où il résulte que lorsque $x = a$ ou 0 , la valeur de *D* sera nulle, qu'ainsi il y a un point ϕ entre *a* & *b*, où la quantité *D* est un *maximum*;

D d d ij

le calcul donne pour ce point $x = \frac{1}{3} a$. En substituant cette valeur de x dans la formule qui représente D dans le cas d'équilibre, l'on aura $D = \frac{4}{27} n a^3$; & par conséquent toutes les fois que D sera plus grand que $\frac{4}{27} n a^3$, il n'y aura pas entre a & b de position Φ , où l'aiguille puisse rester en équilibre, & les balles se toucheront nécessairement: mais il faut observer que dans la pratique, quoique D soit plus petit que $\frac{4}{27} n a^3$, les balles se joignent souvent, parce que la flexibilité des suspensions de l'aiguille permet à l'aiguille d'osciller, & que, passé $\frac{1}{3} a$, la force d'attraction augmente dans un plus grand rapport que la force de torsion; en sorte que lorsque la balle Φ arrive, par l'amplitude de son oscillation, à une distance x , où D est plus grand que $n x \cdot (a - x)^2$, les deux balles continuent à s'approcher jusqu'à ce qu'elles se touchent.

C'est en me conduisant d'après cette théorie, que je suis parvenu à mettre en équilibre, à différentes distances, la force attractive des deux balles électrisées, avec la force de torsion de mon micromètre; en comparant ensuite les différentes expériences, j'en ai conclu que la force attractive des deux balles électrisées, l'une de l'électricité que l'on nomme *positive*, l'autre de celle que l'on nomme *negative*, étoit en raison inverse du carré des distances du centre de ces deux balles, même rapport déjà trouvé pour la force répulsive.

Pour assurer ce résultat, j'ai tenté, pour le cas d'attraction, un autre moyen qui, quoique moins simple & moins direct que le premier, demande moins de soins & de précautions pour réussir; il a d'ailleurs l'avantage apparent de présenter des expériences faites avec des globes d'un très-grand diamètre, au lieu que l'on ne peut opérer dans la balance, qu'avec des globes peu considérables; mais cet avantage n'est qu'apparent, & l'on verra par la suite, dans les différens Mémoires que je présenterai successivement à l'Académie, qu'avec des balles de deux ou trois lignes de diamètre, & au moyen de la balance, telle

que nous l'avons décrite dans notre premier Mémoire, l'on peut, non-seulement mesurer la masse totale du fluide électrique contenue dans un corps d'une figure quelconque, mais encore la densité électrique de chaque partie de ce corps.

Deuxième Méthode expérimentale, pour déterminer la loi suivant laquelle un globe d'un ou deux pieds de diamètre, attire un petit corps électrisé d'une électricité de nature différente de la sienne.

La méthode que nous allons suivre, est analogue à celle que nous avons employée dans le septième volume des *Savans Etrangers*, pour déterminer la force magnétique d'une lame d'acier, relativement à sa longueur, son épaisseur & sa largeur. Elle consiste à suspendre une aiguille horizontalement, dont l'extrémité seulement soit électrisée, & qui, présentée à une certaine distance d'un globe électrisé, d'une nature différente d'électricité, est attirée, & oscille en vertu de l'action de ce globe: l'on détermine ensuite par le calcul, d'après le nombre des oscillations dans un temps donné, la force attractive à différentes distances, comme l'on détermine la force de la gravité par les oscillations du pendule ordinaire.

Voici quelques observations qui nous ont dirigé dans les expériences qui vont suivre. Un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, & qui peut porter jusqu'à 80 grains sans se rompre, a une flexibilité de torsion, telle, que si à un pareil fil de 3 pouces de longueur, l'on suspend horizontalement dans le vide une petite plaque circulaire, dont le poids & le diamètre soient connus, l'on trouvera par le temps des oscillations de la petite plaque, d'après les formules expliquées dans un Mémoire sur la force de torsion, imprimé dans le volume de l'*Académie pour 1784*, qu'en agissant avec un levier de 7 à 8 lignes, pour tordre la soie autour de son axe de suspension il ne faudra, pour un cercle entier de torsion, employer le plus souvent qu'une

force d'un soixante millième de grain; & si le fil de suspension, a une longueur double ou de six-pouces, il ne faudra qu'un cent-vingt millième de grain. Ainsi, en suspendant horizontalement une aiguille à cette soie, lorsque l'aiguille sera parvenue à l'état de repos, ou que la soie sera entièrement détordue. Si, par le moyen d'une force quelconque, l'on fait faire des oscillations à cette aiguille, dont l'amplitude ne s'éloigne que de 20 à 30 degrés de la ligne, où la torsion est nulle; la force de torsion ne pourra influer que d'une manière insensible sur la durée des oscillations, quand même la force qui produiroit les oscillations ne seroit que d'un centième de grain. D'après cette première donnée, voici comme l'on s'y est pris pour déterminer la loi de l'attraction électrique.

L'on suspend, *fig. 2*, une aiguille *lg* de gomme-laque, à un fil de soie *sc* de 7 à 8 pouces de longueur, d'un seul brin, tel qu'il sort du cocon; à l'extrémité *l*, l'on fixe perpendiculairement à ce fil un petit cercle de 8 à 10 lignes de diamètre, mais très-léger & tiré d'une feuille de papier doré; le fil de soie est attaché en *s*, à l'extrémité inférieure d'une petite baguette *st*, séchée au four, & enduite de gomme-laque ou de cire d'Espagne; cette baguette est saisie en *t*, par une poupée à pince qui coule le long de la règle *oE*, & s'arrête à volonté au moyen de la vis *v*.

G est un globe de cuivre ou de carton, couvert d'étain, porté par quatre pilliers de verre, enduits de cire d'Espagne, & surmontés chacun, pour rendre l'isolement plus parfait, de quatre bâtons de cire d'Espagne, de trois à quatre pouces de longueur; ces quatre pilliers sont fixés par leur partie inférieure à un plateau, que l'on place sur une petite tablette à coulisse, qui peut, ainsi que l'indique la figure, s'arrêter à la hauteur la plus commode pour l'expérience; la règle *EO*, peut aussi, au moyen de la vis *E*, s'arrêter à la hauteur convenable.

Tout étant ainsi préparé, l'on place le globe *G*, de

manière que son diamètre horizontal Gr , réponde au centre de la plaque l , qui en est éloignée de quelques pouces. L'on donne une étincelle électrique au globe, au moyen de la bouteille de Leyde, l'on présente un corps conducteur à la plaque l , & l'action du globe électrisé sur le fluide électrique de la plaque non électrisée, donne à cette plaque, une électricité de différente nature de celle du globe; en sorte que, en retirant le corps conducteur, le globe & la plaque agissent l'un sur l'autre par attraction.

EXPÉRIENCE.

Le globe G avoit un pied de diamètre, la plaque l avoit 7 lignes, l'aiguille de gomme-laque lg , 15 lignes de longueur; le fil de suspension sc , étoit une soie telle qu'elle sort du cocon, de 8 lignes de longueur: lorsque la poupée étoit au point o , la plaque l touchoit le globe en r , & à mesure que l'on éloignoit la poupée vers E , la plaque s'éloignoit du centre du globe de la quantité donnée par les divisions $o, 3, 6, 9, 12$ pouces, & le globe étant électrisé d'une électricité appelée *électricité positive*, la plaque de l'électricité négative, par le procédé indiqué: l'on a eu,

- 1.^{er} Essai. La plaque l , placée à . . . 3^{pouces} de distance de la surface du globe, ou à 9^{p.} de son centre, a donné 15 oscillations en . . . 20^o.
- 2.^{er} Essai. La plaque l , éloignée de 18^{pouces} du centre du globe, l'on a eu 15 oscillations en . . . 40^o.
- 3.^{er} Essai. La plaque l , éloignée à 24^{pouces} du centre du globe, l'on a eu 15 oscillations en . . . 60^o.

Explication & résultat de cette expérience.

Quand tous les points d'une surface sphérique, agissent par une force attractive ou répulsive en raison inverse du carré des distances, sur un point placé à une distance quelconque de cette surface, l'on sait que l'action est la même, que si toute la surface sphérique étoit concentrée au centre de la sphère.

384 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Mais comme dans notre expérience, la plaque *l* n'a que 7 lignes de diamètre, & que dans les essais, sa moindre distance au centre de la sphère, a été de 9 pouces, l'on peut, sans erreur sensible, supposer toutes les lignes qui vont du centre de la sphère à un point de la plaque, parallèles & égales; & par conséquent, l'action totale de la plaque, peut être supposée réunie à son centre, ainsi que l'action du globe; en sorte que, dans les petites oscillations de l'aiguille, l'action qui fait osciller l'aiguille, sera une quantité constante pour une distance donnée, & agira suivant la direction qui joint les deux centres. Ainsi, si l'on nomme ϕ la force, *T* le temps d'un certain nombre d'oscillations, l'on aura *T* proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{\phi}}$: mais si *d* est la distance *GI* du centre du globe, au centre de la plaque, & que les forces attractives soient proportionnelles à l'inverse du carré des distances ou à $\frac{1}{d^2}$, il en résultera que *T* sera proportionnel à *d* ou à la distance; en sorte qu'en faisant dans nos essais, varier la distance, le temps d'un même nombre d'oscillations a dû être comme la distance du centre de la plaque au centre du globe: comparons cette théorie avec l'expérience.

1. ^{er} Essai. Distance des centres...	9 pouces,	15 oscillations en 20 ^o .
2. ^{er} Essai.....	18	41 ^o .
3. ^{er} Essai.....	24	60 ^o .
Les distances sont ici comme les nombres.....	3, 6, 8.	
Les temps d'un même nombre d'oscillations::	20, 41, 60.	
Par la théorie, ils auroient dû être::	20, 40, 54.	

Ainsi dans ces trois essais, la différence entre la théorie & l'expérience, est de $\frac{1}{10}$ pour le dernier essai comparé au premier, & presque nulle pour le second comparé au premier; mais il faut remarquer qu'il a fallu à peu-près quatre minutes pour faire les trois essais; que quoique l'électricité tint assez long-temps le jour de cette expérience;

expérience, elle perdoit cependant $\frac{1}{40}$ d'action par minute. Nous verrons, dans un Mémoire qui suivra celui que je présente aujourd'hui, que lorsque la densité électrique n'est pas très-forte, l'action électrique de deux corps électrisés diminue dans un temps donné, exactement comme la densité électrique, ou comme l'intensité de l'action; ainsi, puisque nos essais ont duré quatre minutes, & que l'action électrique perdoit $\frac{1}{40}$ par minute, du premier au dernier essai, l'action due à l'intensité de la densité électrique, indépendante de la distance, a dû être diminuée à peu-près d'un dixième; par conséquent, pour avoir le temps de la durée corrigée des 15 oscillations dans le dernier essai, il faut faire $\sqrt{10} : \sqrt{9} :: 60''$: est à la quantité cherchée, que l'on trouvera de 57 secondes, qui ne diffère que de $\frac{1}{30}$ du nombre 60 secondes trouvé par l'expérience.

Nous voici donc parvenus, par une méthode absolument différente de la première, à un résultat semblable; ainsi nous pouvons en conclure que l'attraction réciproque du fluide électrique appelé positif, sur le fluide électrique nommé ordinairement négatif, est en raison inverse du carré des distances; de même que nous avons trouvé, dans notre premier Mémoire, que l'action réciproque d'un fluide électrique de même nature, est en raison inverse du carré des distances.

Première Observation.

L'ON sent qu'il est très-facile, en employant la méthode qui précède, d'avoir, au moyen des oscillations de l'aiguille électrique, les loix de la force répulsive, ainsi que nous venons de déterminer celle de la force attractive. En effet, si l'on fait toucher la plaque au globe électrisé, elle prendra une électricité de la même nature que celle du globe, & sera repoussée; en sorte que l'aiguille oscillera en vertu de cette répulsion, dans une position absolument opposée à la première, & le nombre des oscillations, dans un temps donné, comparé avec la distance du centre de la plaque,

au centre du globe, feront connoître la force répulsive, par le même calcul que nous venons de suivre pour avoir la force attractive: cependant nous devons dire que toutes les expériences où l'on veut faire agir le fluide électrique par la force répulsive, s'exécutent, comme nous le verrons dans la suite, d'une manière plus simple, plus exacte & plus commode, au moyen de la balance que nous avons décrite dans notre premier Mémoire.

Seconde Observation.

Si l'on vouloit se servir de la même méthode pour déterminer la quantité d'électricité qui se partage entre un globe électrisé & un corps conducteur d'une figure quelconque, mis en contact avec ce globe, voici comme l'on pourroit s'y prendre: après avoir électrisé le globe, & déterminé, dans ce premier état, au moyen des oscillations, son action électrique sur la plaque de l'aiguille, pour une distance donnée, l'on feroit tout de suite toucher le globe par le corps conducteur qui doit prendre une portion de l'électricité du globe; & en séparant ce corps du globe, l'on détermineroit de nouveau, par les oscillations de l'aiguille, la quantité d'électricité qui reste au globe; & la différence de cette quantité avec celle que le globe avoit avant le contact, mesurera celle qu'a pris le corps mis en contact. Il est inutile d'avertir que de pareilles expériences ne peuvent bien réussir que dans les jours très-secs, où les corps isolés perdent lentement leur électricité; qu'il faut avoir égard à cette diminution d'électricité dans la réduction des expériences qui se succèdent; qu'il faut éviter qu'il ne se forme aucun courant d'air dans la chambre où l'on opère, & éloigner tout corps conducteur au moins à trois pieds du globe électrisé, & même de l'aiguille: mais nous répétons que lorsque nous déterminerons dans la suite, par l'expérience & par la théorie, la manière dont le fluide électrique se distribue dans les différentes parties des corps, l'on verra que toutes ces expériences réussissent beaucoup

mieux avec la balance électrique, que par la méthode des oscillations que nous venons d'expliquer.

EXPÉRIENCES pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, soit par attraction, soit par répulsion.

LES corps aimantés agissant l'un sur l'autre par attraction & par répulsion à des distances finies, ainsi que les corps électrisés, le fluide magnétique, paroît avoir, si ce n'est par la nature, au moins par cette propriété, de l'analogie avec le fluide électrique; & d'après cette analogie, l'on peut présumer que ces deux fluides agissent suivant les mêmes loix: dans tous les autres phénomènes d'attraction ou de répulsion que nous présente la Nature, soit dans la cohérence des corps, soit dans leur élasticité, soit dans les affinités chimiques, les forces d'attraction & de répulsion ne paroissent s'exercer qu'à de très-petites distances; d'où il sembleroit résulter, qu'elles ne suivent pas les mêmes loix que l'électricité & le magnétisme. En effet, la théorie & le calcul de l'attraction & répulsion des éléments des corps, nous apprennent que toutes les fois que les molécules élémentaires des corps s'attirent ou se repoussent par des forces qui diminuent dans le rapport, ou dans un rapport moindre que le cube des distances, par exemple, comme les distances, les corps peuvent agir l'un sur l'autre à des distances finies; mais que dans le cas où l'action des molécules diminue dans le rapport, ou dans un plus grand rapport que le cube des distances, pour lors les corps ne peuvent agir l'un sur l'autre, qu'à des distances infiniment petites (a).

(a) De l'action attractive & répulsive des Corps, suivant la loi des distances.

La figure *aa* représente un cône ou une petite pyramide très-aiguë, dont toutes les parties attirent le point *C*, suivant la raison inverse ($n + 2$) des distances.

E e e e ij

Nous aurons peut-être lieu de revenir sur cet objet, dans la suite de nos Mémoires sur l'électricité.

Nous avons employé dans cette nouvelle recherche, deux méthodes, pour déterminer par l'expérience, suivant quelle loi le fluide magnétique agit. La première de ces méthodes, consiste à suspendre une aiguille aimantée, à

Soit $x = cp$, l'action de la zone circulaire pm sur le point C , sera $\frac{m \delta x x^n}{x^2 + a^2}$, dont l'intégrale sera $\frac{m}{1-n} (k + x^{1-n})$; pour avoir k , il faut supposer la pyramide tronquée, ou que l'action s'évanouit en D lorsque $x = CD = A$, ce qui donne pour l'intégration complète $\frac{m}{1-n} (-A^{1-n} + x^{1-n})$, où il faut remarquer que lorsque A est égal à 0, si n est plus grand que 1, A^{1-n} sera égal à $\frac{1}{0}$, ou infini; si n est plus petit que l'unité, pour lors A^{1-n} sera égal à 0; ou, si l'on veut, toute la force attractive sera $= \frac{m x^{1-n}}{(1-n)}$.

C'est-à-dire que, dans le cas où n est plus grand que l'unité, ou lorsque la répulsion ou l'attraction diminue dans un rapport égal ou plus grand que le cube des distances, la valeur de la constante est infinie relativement à la valeur de la variable qui exprime la plus ou moins grande étendue du cône; & qu'ainsi l'attraction ou répulsion n'a lieu que dans le point de contact, & que celle des parties éloignées est infiniment petite relativement à celle du contact; mais dans le cas où n est plus petite que l'unité, c'est-à-dire, toutes les fois que l'action décroît dans un rapport moindre que le cube des distances, pour lors l'action des parties éloignées influe sur l'attraction totale, qui est nulle pour une pyramide infiniment petite & proportionnelle à x^{1-n} , pour la pyramide dont la longueur est x .

Il paroît résulter de ce calcul, que la cohésion, l'élasticité & toutes les affinités chimiques où les élémens des corps ne paroissent avoir d'action que très-près du point de contact, & où l'attraction électrique paroît dépendre de la figure de ces élémens, ne peuvent agir entr'elles que dans un rapport très-approché de la raison inverse du cube des distances. Peut-être au surplus toutes les affinités chimiques dépendent-elles de deux actions, l'une répulsive, l'autre attractive, analogues à celles que nous trouvons dans l'électricité & le magnétisme.

lui présenter dans son méridien magnétique une autre aiguille aimantée, placée convenablement, & à déterminer par le calcul & l'observation, à différentes distances, avec quelle force le fluide magnétique d'une des aiguilles, agit sur le fluide magnétique de l'autre. Dans la deuxième méthode, l'on se sert d'une balance magnétique, à peu-près semblable à notre balance électrique, décrite dans le premier Mémoire; mais avant de rapporter le détail de nos expériences, il faut rappeler quelques propriétés connues des aiguilles aimantées, qui nous seront utiles.

Une aiguille, depuis 0 jusqu'à 24 pouces de longueur, de bon acier, fortement trempée, aimantée par la méthode de la double touche, telle que M. *Æpinus* l'a décrite & pratiquée d'après son excellente théorie du magnétisme & de l'électricité, prend un pôle à chaque extrémité; son centre aimantaire se place à peu-près vers son milieu.

Dans deux aiguilles aimantées, les pôles du même nom se repoussent, & les pôles d'un nom différent s'attirent. Cette attraction ou répulsion augmente à mesure que la distance où l'on présente les extrémités des aiguilles l'une à l'autre, diminue.

Si l'on suspend horizontalement une aiguille aimantée, en sorte qu'elle puisse tourner librement autour de son centre, elle se placera toujours dans la même direction, que l'on appelle son *méridien magnétique*; ce méridien formera un angle avec le méridien du monde, cet angle variera un peu dans le courant de la journée, suivant l'heure du jour, par une espèce de mouvement périodique: il variera tous les ans, par un autre mouvement probablement également périodique, mais dont la durée, pour chaque point de la Terre, nous est encore inconnue.

Si une aiguille, ainsi suspendue horizontalement, est mise en oscillation, elle s'éloignera également des deux côtés de son méridien magnétique; & elle y sera toujours ramenée, par une force facile à déterminer, si l'on observe la durée des oscillations, & que l'on connoisse la figure &

590 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 le poids de l'aiguille. Voyez le septième volume des Savans
 étrangers, Mémoires de l'Académie.

Préparation aux Expériences.

J'AI pris un fil d'excellent acier, tiré à la filière, il avoit 25 pouces de longueur, & 1 $\frac{1}{2}$ ligne de diamètre; je l'ai aimanté par la méthode de la double touche, son centre magnétique s'est trouvé à peu-près vers son milieu. J'ai ensuite suspendu, au moyen d'un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, de trois lignes de longueur, une aiguille aimantée de 3 pouces de longueur; & lorsque cette aiguille s'est arrêtée, j'ai tracé son méridien magnétique, que j'ai prolongé jusqu'à deux pieds de distance du centre de suspension. J'ai ensuite élevé (*fig. 3*), des perpendiculaires sur ce méridien magnétique; j'ai placé mon fil d'acier le long de ces perpendiculaires, & je l'ai fait glisser jusqu'à ce que l'aiguille *na* reprit la direction de son méridien magnétique, comme elle y étoit placée naturellement avant que le fil d'acier lui fut présenté; & j'ai observé ensuite, suivant que mon fil aimanté étoit plus ou moins éloigné de l'aiguille suspendue, de combien l'extrémité de ce fil dépassoit, ou étoit en-deçà du méridien magnétique, lorsque l'aiguille s'arrêtoit sur son méridien.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	Le fil placé à la distance de l'extrémité de l'aiguille.	1 pouce	L'extrémité dépasse le Méridien magnétique de.....	+	10 ¹¹ 6
1. ^{er} Essai.....	1	+	9
2. ^{me} Essai.....	2	+	8
3. ^{me} Essai.....	4	-	4
4. ^{me} Essai.....	8	-	4 ²
5. ^{me} Essai.....	16	-	4 ²

SECONDE EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu horizontalement une aiguille aimantée de deux pouces de longueur par son centre: libre & sollicitée seulement par la force magnétique du globe de la

Terre, elle faisoit 34 oscillations en 60 secondes. L'on s'est encore servi du même fil aimanté de l'expérience qui précède, qui avoit 25 pouces de longueur; mais, au lieu de le placer horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, comme tout-à-l'heure, on l'a placé verticalement dans ce méridien à 2 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille suspendue. Le pôle sud du fil vertical, répondant au pôle nord de l'aiguille, & ensuite en la faisant baisser verticalement, toujours à la distance de 2 pouces de l'extrémité de l'aiguille, l'on a compté le nombre d'oscillations que faisoit l'aiguille dans 60 secondes, suivant que l'extrémité du fil d'acier étoit plus ou moins baissée au-dessous du niveau de l'aiguille: voici le résultat de cette expérience.

1. ^{er} Essai.	L'extrémité du fil au niveau de l'aiguille.....	120 oscillations en.....	60".
2. ^{me} Essai.	L'extrémité baissée de 6 ^{lignes}	122.....	60".
3. ^{me} Essai.....	1 pouce.....	122.....	60".
4. ^{me} Essai.....	2.....	115.....	60".
5. ^{me} Essai.....	3.....	112.....	60".
6. ^{me} Essai.....	4.....	98.....	60".
7. ^{me} Essai.....	8.....	39.....	60".

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu une aiguille de 4 lignes de longueur à la place de la première; le fil d'acier a été placé à 3 pouces de l'extrémité de cette aiguille, verticalement, comme dans l'expérience qui précède, dont on a suivi tous les procédés. L'aiguille libre n'étant sollicitée que par la force magnétique de la Terre, fait 53 oscillations en 60".

1. ^{er} Essai.	L'extrémité du fil d'acier au niveau de l'aiguille....	fait 152 oscillations en.....	60".
2. ^{me} Essai.	En dessous de... 1 pouce.....	152.....	60".
3. ^{me} Essai.....	2.....	148.....	60".
4. ^{me} Essai.....	4.....	120.....	60".
5. ^{me} Essai.....	8.....	58.....	60".

Explication & résultat de ces trois Expériences.

Les trois expériences qui précèdent, prouvent que le centre d'action de chaque moitié de notre fil est placé à très-peu de distance de l'extrémité de ce fil; en sorte que dans notre fil d'acier de 25 pouces de longueur, l'on peut, sans erreur sensible, supposer tout le fluide magnétique condensé vers l'extrémité de ce fil, sur 2 ou 3 pouces de longueur. En effet, dans la première expérience, le fil d'acier est placé horizontalement & perpendiculairement à la direction du méridien magnétique où se trouve l'aiguille suspendue; cette aiguille est sollicitée par deux forces, la force magnétique du globe de la Terre, qui la retient dans le méridien, & la force magnétique des différens points du fil d'acier aimanté; mais puisque dans notre première expérience, l'aiguille se trouve, à tous les essais, placée sur son méridien magnétique, il en résulte que toutes les forces magnétiques du fil d'acier de 25 pouces de longueur, agissant sur l'aiguille, sont en équilibre entre elles: ainsi, dans les trois premiers essais, où les distances sont 1, 2 & 4 pouces, les forces magnétiques des huit à dix dernières lignes de l'extrémité de l'aiguille, qui dépassent le méridien, sont en équilibre avec les forces de tout le reste de l'aiguille; en sorte qu'il paroît que l'on peut à peu-près supposer que la moitié du fluide magnétique, dont la moitié de l'aiguille est chargée, est concentrée vers les dix dernières lignes de son extrémité.

Les seconde & troisième expériences donnent le même résultat. Dans ces deux expériences, le fil d'acier est placé verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille, par conséquent, l'action de la partie supérieure du fil étant très-oblique à l'aiguille suspendue, & agissant d'ailleurs à une grande distance, ne doit que peu influer sur les oscillations de l'aiguille; mais l'on voit dans ces deux expériences, que le plus grand nombre des oscillations de l'aiguille suspendue avoit lieu lorsque l'extrémité du fil

étoit

étoit baissée d'un peu moins d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue: ainsi la force moyenne de la moitié intérieure du fil d'acier, avoit sa résultante à 8. ou 10 lignes au-dessus de son extrémité, comme nous venons de le trouver par la première expérience, d'où il résulte que dans le fil d'acier de 25 pouces de longueur que nous avons employé, & qui avoit été aimanté par la méthode de la double touche, l'on peut, sans erreur sensible, supposer que le fluide magnétique est concentré à 10 lignes de son extrémité. Ce premier résultat étoit nécessaire avant de chercher à déterminer la loi suivant laquelle l'attraction & la répulsion ont lieu relativement à la distance: l'on verra dans un autre Mémoire, que la concentration du fluide magnétique vers l'extrémité des aiguilles aimantées par la méthode de la double touche, est une suite nécessaire de cette manière d'aimanter.

Le Fluide magnétique agit par attraction ou répulsion, suivant la raison composée directe de la densité du fluide, & la raison inverse du carré des distances de ses molécules.

LA première partie de cette proposition n'a pas besoin d'être prouvée; venons à la seconde.

Nous venons de voir que le fluide magnétique de notre fil d'acier de 25 pouces de long, étoit concentré aux extrémités, sur une longueur de 2 ou 3 pouces; que le centre d'action de chaque moitié de cette aiguille étoit à peu-près à 10 lignes de ses extrémités: ainsi, en éloignant de quelques pouces notre fil d'acier d'une aiguille très-courte, & dans laquelle, comme nous le verrons dans la suite, le fluide magnétique peut être supposé concentré à 1 ou 2 lignes des extrémités, l'on peut calculer l'action réciproque du fil sur l'aiguille & de l'aiguille sur le fil, en supposant le fluide magnétique dans le fil d'acier, réuni

594 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
à 10 lignes des extrémités, & dans une aiguille d'un pouce
de longueur à 1 ou 2 lignes des extrémités. Ces réflexions
nous ont dirigé dans l'expérience qui va suivre.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu un fil d'acier pesant 70 grains, d'un
pouce de longueur, aimanté par la méthode de la double
touche, à un fil de soie de 3 lignes de longueur, formé d'un
feul brin, tel qu'il sort du cocon; on l'a laissé s'arrêter sur
le méridien magnétique; l'on a placé ensuite verticalement
dans ce méridien, à différentes distances, le fil d'acier de 25
pouces de longueur, de manière que son extrémité fût tou-
jours de 10 lignes au-dessous du niveau de l'aiguille sus-
pendue: à chaque essai, l'on changeoit la distance, & en
faisant osciller l'aiguille suspendue, on comptoit le nombre
d'oscillations qu'elle faisoit dans un même nombre de
secondes. Il a résulté de ces expériences :

- 1.^{er} Essai. L'aiguille libre, oscille en vertu de l'action du globe
de la Terre, à raison de... 15 oscillations en..... 60".
2.^{me} Essai. Le fil placé à 4 pouces
du milieu de l'aiguille..... 41..... 60".
3.^{me} Essai. Le fil placé à 8 pouces
du milieu de l'aiguille 24..... 60".
4.^{me} Essai. Le fil placé à 16 pouces
du milieu de l'aiguille..... 17..... 60".

Explication & résultat de cette Expérience.

LORSQU'UN pendule est suspendu librement, & sollicité par
des forces placées dans une direction donnée, qui le font
osciller, les forces sont mesurées par la raison inverse
du carré du temps d'un même nombre d'oscillations, ou,
ce qui revient au même, par la raison directe du carré
du nombre d'oscillations faites dans un même temps.

Mais, dans l'expérience qui précède, l'aiguille oscille

en vertu de deux puissances différentes; l'une est la force magnétique de la Terre, l'autre est l'action de tous les points du fil sur les points de l'aiguille. Dans notre expérience, toutes les forces sont dans le plan du méridien magnétique, & l'aiguille étant suspendue horizontalement, la véritable force qui la fait osciller, dépend de la partie de toutes ces forces, décomposée suivant une direction horizontale.

Mais nous avons vu, dans les trois expériences qui précèdent, que le fluide magnétique étant concentré aux extrémités de notre fil, peut être supposé réuni à 10 lignes de l'extrémité de ce fil; & comme l'aiguille suspendue a un pouce de longueur, que l'extrémité boréale est attirée à une distance de 3 pouces & demi, & que l'extrémité australe est repoussée par le pôle inférieur de l'aiguille, dont la distance est de $4\frac{1}{2}$ pouces; l'on peut supposer, sans erreur sensible, que la distance moyenne à laquelle le pôle inférieur du fil d'acier exerce son action sur les deux pôles de l'aiguille, est de 4 pouces. Conséquemment, si l'action du fluide magnétique étoit comme la raison inverse du carré des distances, l'action du pôle inférieur du fil d'acier sur l'aiguille, seroit proportionnelle à $\frac{1}{4^2}$, $\frac{1}{8^2}$, $\frac{1}{16^2}$; ou à 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$.

Mais, puisque les forces horizontales qui font osciller l'aiguille, sont proportionnelles au carré du nombre d'oscillations faites dans un même temps, & qu'en vertu de la seule force magnétique du globe de la Terre, l'aiguille libre fait 15 oscillations en 60", cette dernière force sera mesurée par le carré de ces 15 oscillations ou par 15². Dans le deuxième essai, les forces réunies du globe de la Terre & du fil d'acier, font faire à l'aiguille 41 oscillations en 60"; ainsi ces deux forces réunies sont mesurées par 41², & la force seule due à l'action du fil d'acier aimanté, est par conséquent mesurée par la différence de ces deux carrés; ainsi elle est proportionnelle

596 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

à $\frac{1}{41}$ — $\frac{1}{15}$. Nous aurons, donc pour l'action du fil sur l'aiguille :

<i>Distance.</i>	<i>Force dépendante de l'action aimantaire du fil d'acier.</i>
Pour le 2. ^m Essai... à 4 pouces.....	$= \frac{1}{41} - \frac{1}{15} = 1456.$
3. ^m Essai... 8 pouces.....	$\frac{1}{24} - \frac{1}{15} = 351.$
4. ^m Essai... 16 pouces.....	$\frac{1}{17} - \frac{1}{15} = 64.$

Les deuxième & troisième essais, où les distances sont comme 1 : 2, donnent très-approchant, pour les forces, la raison inverse du carré des distances. Le quatrième essai donne un nombre un peu trop petit; mais il faut remarquer que, dans ce quatrième essai, la distance du pôle inférieur du fil d'acier au centre de l'aiguille, est de 16 pouces; & que la distance du pôle supérieur au centre de cette même aiguille, est à peu-près $\sqrt{16^2 + 23^2}$; ainsi l'action du pôle inférieur étant représentée par

$$\frac{1}{(16)^2}, \text{ l'action horizontale du pôle supérieur, fera } \frac{16}{(16^2 + 23^2)^{\frac{1}{2}}};$$

en sorte que l'action du pôle inférieur est à celle du pôle supérieur, à peu-près :: 100 : 19; d'où il résulte que les oscillations de l'aiguille étant produites par l'action de ces deux pôles, & celle du pôle supérieur agissant dans un sens opposé à celle du pôle inférieur, le carré des oscillations que produiroit l'action seule du pôle inférieur du fil aimanté, est diminué de $\frac{19}{100}$, par l'action opposée de la partie supérieure du même fil; ainsi, pour avoir l'action seule de la partie inférieure du fil, il faut, en supposant x , la véritable valeur de cette force, faire $(x - \frac{19}{100}x) = 64$, d'où $x = 79$. Substituons dans le

résultat du quatrième essai, cette quantité, nous trouverons :

2. ^m Essai. Pour 4 ^p ouces de distance, la force.....	1456.
3. ^m Essai. Pour 8 ^p ouces de distance,	331.
4. ^m Essai. Pour 16 ^p ouces de distance,	79.

Et ces forces sont très-approchant comme les nombres 16, 4, 1, ou comme la raison inverse du carré des distances.

J'ai répété plusieurs fois cette expérience, en suspendant des aiguilles de deux & trois pouces de longueur, & j'ai toujours trouvé qu'en faisant les corrections nécessaires que je viens d'expliquer, l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, étoit comme l'inverse du carré des distances.

Première Remarque.

L'ON a pu s'apercevoir, dans le courant de cette expérience, que nous supposons que notre fil étant aimanté par la méthode de la double touche; si l'on présente alternativement à une même distance, son pôle boréal & son pôle austral, à l'extrémité d'une aiguille aimantée par la méthode de la double touche, le pôle boréal du fil aimanté attirera le pôle austral de l'aiguille, exactement avec la même force que le pôle austral de ce fil repoussera le pôle austral de l'aiguille, & *vice versa* pour le pôle boréal de l'aiguille. Cette propriété qui, comme nous le verrons dans la suite, est une conséquence nécessaire de la théorie du magnétisme, sera d'ailleurs prouvée par l'expérience, en se servant de la balance magnétique, dont nous allons tout-à-l'heure donner la description & les usages.

Deuxième Remarque.

LA loi de la raison inverse du carré des distances, étant une fois donnée, il seroit facile de déterminer par le calcul, si, dans la première expérience, où le fil aimanté est placé horizontalement, & perpendiculairement

au méridien magnétique, & où l'on trouve, dans le dernier essai, qu'il faut éloigner à peu-près de 42 lignes, l'extrémité du fil du méridien de l'aiguille, le calcul donneroit, pour la direction de la résultante de toutes les actions de chaque moitié de ce fil, une ligne qui passeroit à neuf ou dix lignes de l'extrémité de ce fil. Nous allons présenter le calcul qui déterminera cette direction, d'après le dernier essai de la première expérience, où l'aiguille a trois pouces de longueur, & où le fil d'acier aimanté ayant 25 pouces de longueur, est placé horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, à 16 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille.

Soit dans la figure 3, x , le point où passe cette résultante, pour le pôle qui est placé le plus près de la ligne méridienne de l'aiguille; x' , le point où l'on suppose à l'autre extrémité de ce fil, tout le fluide magnétique concentré: quant au fluide magnétique de l'aiguille suspendue, quoique son centre d'action soit à deux ou trois lignes de ses extrémités, l'on peut le supposer à ses extrémités, parce que chaque pôle du fil agit sur les deux pôles de cette aiguille; & que si, par cette supposition, l'on fait le pôle n de l'aiguille, trop près de deux ou trois lignes du pôle s du fil d'acier, l'on fait en même temps, le pôle a de l'aiguille, trop éloigné du pôle s de la même quantité; ainsi l'erreur de la supposition se trouve à peu-près compensée.

Mais nous trouvons par l'expérience, que la distance de l'extrémité du fil à la ligne méridienne de l'aiguille, est dans le dernier essai de $3\frac{1}{2}$ pouces. Ainsi en faisant $x = sx = Nx$, distance de l'extrémité du fil au centre d'action, nous aurons les formules suivantes, pour la force que les centres d'actions du fil exercent sur chaque extrémité de l'aiguille, dans une direction perpendiculaire à l'aiguille.

$$\text{Action du Pôle } s \text{ sur le Pôle } n \dots \frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{Action du Pôle } S \text{ sur le Pôle } a \dots \frac{3\frac{1}{2} + x}{[(19)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot$$

$$\text{Action du Pôle } N \text{ sur le Pôle } n \dots \frac{(28\frac{1}{2} - x)}{[(16)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot$$

$$\text{Action du Pôle } N \text{ sur le Pôle } a \dots \frac{28\frac{1}{2} - x}{[(19)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot$$

Mais, comme dans cette expérience, l'aiguille d'acier est placée sur son méridien magnétique, & que chacune des forces qui précèdent, agit perpendiculairement à cette aiguille avec le même bras de levier, pour la faire tourner autour de son point de suspension, il en résulte que toutes ces forces sont en équilibre entr'elles; d'où l'on tire l'équation :

$$\frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{3\frac{1}{2} + x}{[19^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}} = \frac{28\frac{1}{2} - x}{[16^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{28\frac{1}{2} - x}{[19^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

Mais, comme nous avons déjà vu que x doit être moindre qu'un pouce, nous pouvons, pour première approximation, le négliger dans le dénominateur de notre équation, dont les nombres sont très-considérables, relativement à x , ou faire x égal à $\frac{1}{2}$ pouce, qui approche davantage de sa véritable valeur.

Ainsi, il résultera du calcul de la formule, pour la valeur $xx = x = \frac{56}{75}$ pouces, à peu-près 9 lignes, comme dans les deux premiers essais.

Par un calcul semblable, l'on trouvera que, lorsque l'extrémité du fil d'acier étoit éloignée de 8 pouces de l'extrémité de l'aiguille suspendue, la distance du point x au méridien, étoit à peu-près de $12\frac{1}{2}$ lignes; mais comme l'expérience donne pour lors 4 lignes de distance du méridien à l'extrémité de l'aiguille, il en résulte que, dans

cet essai, il faut retrancher 4 lignes pour avoir la distance du centre d'action à l'extrémité de l'aiguille. Ainsi le calcul donne encore ici $8\frac{1}{2}$ lignes pour la distance du centre d'action aux extrémités de l'aiguille.

Dans le troisième essai, où la distance de l'extrémité de l'aiguille au fil d'acier est de 4 pouces, le calcul donnera à peu-près 2 lignes pour la distance, depuis le centre d'action jusqu'à la méridienne : mais nous trouvons par l'expérience que, dans cet essai, l'extrémité du fil dépassoit le méridien, de 8 lignes; ainsi, dans cet essai, le calcul donne le centre d'action des extrémités du fil d'acier, à 10 lignes de ses extrémités.

Ainsi, il résulte de l'expérience & du calcul, que toutes les fois que des fils d'acier, de 25 pouces de longueur, agissent l'un sur l'autre, l'on peut supposer les centres d'actions, ou ce qui revient au même, tout le fluide magnétique réuni à 9 ou 10 lignes des extrémités de ces fils, & calculer, d'après cette supposition: dans les aiguilles très-courtes, le centre d'action est plus proche des extrémités; nous aurons lieu dans la suite de déterminer la loi de cette diminution, relative à la longueur des aiguilles, lorsque nous donnerons la manière la plus avantageuse d'aimanter les aiguilles, & de former des aimants artificiels.

Nous déterminerons en même temps la courbe qui, dans un fil d'acier aimanté, représente la densité du fluide magnétique depuis son extrémité jusqu'à son milieu où est placé son centre aimantaire; mais il est aisé de prévoir d'avance, d'après les expériences qui précèdent, que le lieu géométrique de cette densité, ne peut pas être une ligne droite, comme l'ont cru quelques auteurs.

Deuxième méthode de déterminer la loi d'attraction & de répulsion du fluide magnétique.

APRÈS avoir trouvé par les expériences qui précèdent, que dans une aiguille de 25 pouces de longueur, & à plus

plus forte raison, dans des aiguilles plus courtes, le fluide magnétique peut être supposé concentré dans les deux ou trois derniers pouces, vers leurs extrémités, & que, dans les aiguilles de 20 à 25 pouces, le centre d'action peut être supposé à 9 ou 10 lignes de chaque extrémité; il a été facile de construire une balance magnétique, d'après les mêmes principes qui m'ont servi pour construire la balance électrique, que j'ai décrite dans mon premier Mémoire. Mais je dois observer, que la forme & les détails des mesures de la balance magnétique que je vais donner, peuvent & doivent être changés à mesure que la pratique le prescrira. Je n'ai cherché, dans ce premier essai, qu'à donner à cette balance une forme simple, peu coûteuse, & qui fut cependant à peu-près suffisante pour les expériences que j'avois dessein de faire.

Description de la balance magnétique.

J'ai fait faire, *figure 4.* une boîte carrée, de 3 pieds de côté, & 18 pouces de hauteur; les planches ne sont fixées entr'elles, qu'avec des tenons, des mortaises & des chevilles de bois. À neuf pouces au-dessus du fond, est placé un cercle horizontal, de bois bien sec, ou de cuivre rouge, de 2 pieds 10 pouces de diamètre, divisé à l'ordinaire en 360 degrés. Sur cette boîte, est placée une traverse *AB* qui porte à son milieu une tige creusée *id*, de 30 pouces de longueur, terminée en *d*, par un micromètre de torsion, semblable à celui que nous avons décrit pour la balance électrique. La pince de ce micromètre saisit l'extrémité d'un fil de cuivre jaune, numéroté 12 dans le commerce, dont les six pieds pèsent 5 grains, & dont nous avons déterminé la force, dans le Mémoire sur les forces de torsion des fils de métal, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784. La partie inférieure de ce fil est prise par une double pince, ayant la figure d'un porte-crayon, représenté *figure 5*; cette double

Mém. 1785.

G g g g

pince est fendue, comme l'indique la figure, dans presque toute sa longueur, pour former pince à ses deux extrémités, qui s'ouvrent & se ferment au moyen de deux coulans. L'extrémité inférieure saisit un anneau de plomb ou de cuivre; cet anneau est destiné à porter l'aiguille d'acier aimantée, que l'on veut mettre en expérience.

Avant de commencer les expériences avec cette balance, il faut que, lorsque la torsion est nulle, l'aiguille aimantée se place naturellement sur son méridien magnétique; c'est ce qu'il est facile d'obtenir, en plaçant d'abord dans l'anneau suspendu au porte-crayon, un fil de cuivre rouge, des mêmes dimensions que le fil d'acier aimanté, que l'on compte soumettre à l'expérience; laissant ensuite l'index du micromètre fixement sur la première division de ce micromètre, l'on fait tourner tout le micromètre, (dont le tuyau, comme on l'a vu pour la balance électrique, peut glisser & tourner dans celui qui forme la tige *id.*, fig. 4), jusqu'à ce que l'aiguille de cuivre s'arrête naturellement sur la direction du méridien magnétique, que l'on a tracée d'avance.

La boîte doit être placée sur ce méridien magnétique; de manière que la direction de ce méridien réponde aux divisions 0,180 du cercle horizontal, que nous avons dit être élevé dans la boîte, à 9 pouces au-dessus de son fond.

Après cette préparation, l'on substitue l'aiguille d'acier aimantée à l'aiguille de cuivre, & l'on est en état de commencer les opérations.

Nous ne donnerons ici que les expériences & les résultats qui nous sont absolument nécessaires pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, lorsque les molécules aimantées sont placées à différentes distances l'une de l'autre.

PREMIER RÉSULTAT. *La force résultante de toutes les forces aimantées que le globe de la Terre exerce sur chaque point d'une aiguille aimantée, est une quantité constante, dont la direction, parallèle au méridien magnétique, passe toujours par le même point de l'aiguille, dans quelque situation que cette aiguille soit placée par rapport à ce méridien.*

J'avois déjà tâché de prouver ce principe dans un Mémoire sur les aiguilles aimantées, imprimé dans le septième volume des *Savans étrangers*; mais les expériences que j'ai rapportées sur lors, pourroient être sujettes à quelques contestations; celle qui va suivre est directe, & me paroît décisive.

EXPÉRIENCE.

J'ai suspendu horizontalement dans la balance, un fil d'acier aimanté, ayant 22 pouces de longueur, & $1\frac{1}{4}$ ligne de diamètre. D'après la disposition de notre balance, cette aiguille s'est placée dans la direction magnétique, son extrémité nord répondant au point 0 du grand cercle de 2 pieds 10 pouces de diamètre; la torsion du fil étant nulle, & l'index du micromètre étant sur le point 0, ou sur la première division de ce micromètre.

Au moyen du bouton qui porte l'index du micromètre, l'on a tordu le fil de cuivre de suspension de différens angles, ce qui a forcé l'aiguille de s'éloigner de son méridien magnétique: à chaque opération, l'on a observé l'angle dont elle étoit éloignée de ce méridien, & la force de torsion qu'il falloit employer pour produire cet angle, & l'on a eu les résultats suivans.

	Le fil de suspension		L'aiguille s'est
	tordu de.....	1 cercle = 360.	arrêtée à... 10 $\frac{1}{2}$ de son Méridien.
1. ^{er} Essai.....	1		21 $\frac{1}{2}$.
2. ^{er} Essai.....	2		33.
3. ^{er} Essai.....	3		46.
4. ^{er} Essai.....	4		63 $\frac{1}{2}$.
5. ^{er} Essai.....	5		85.
6. ^{er} Essai.....	5 $\frac{1}{2}$		

G g g g ij

Résultat & explication de cette expérience.

Notre aiguille aimantée est ici suspendue par un fil de cuivre, numéroté 12 dans le commerce; nous avons vu, dans un Mémoire imprimé dans le volume de 1784, que, pour un même fil de suspension, la force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion; ainsi, dans le premier essai, la force de torsion est 1 cercle — $10\frac{1}{2}$ degrés; dans le deuxième essai, elle est 2 cercles — $21\frac{1}{4}$ degrés. Si nous comparons, d'après cette expérience, la force de torsion, avec l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, à chaque essai, nous trouverons très-exactement, que le sinus de l'angle formé par le méridien magnétique, & la direction de l'aiguille dans les essais successifs, sont proportionnels à l'angle de torsion; d'où il suit, comme nous l'avons vu, dans le septième volume des *Savans étrangers*, que la force résultante de l'action magnétique du globe de la Terre, est une force constante dirigée parallèlement au méridien magnétique, & passant toujours à égale distance de l'extrémité de l'aiguille, dans quelque position que cette aiguille soit placée, relativement à son méridien: voici le calcul comparé à l'expérience.

Soit A , l'angle de torsion d'un essai quelconque, qui doit servir de terme de comparaison.

B , l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai.

A' , l'angle de torsion trouvé dans un autre essai.

B' , l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai; nous aurons généralement, d'après la théorie $A' :: \sin. B : \sin. B'$.

D'où $\log. A' = \log. A + \log. \sin. B' - \log. \sin. B$. Prenons le deuxième essai pour terme de comparaison; en corrigeant l'angle de torsion, de l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, cet angle sera 699 degrés, & son logarithme sera 2,8444, l'angle B étant de $21^{\text{d}} 15'$, $\log. \sin. B$ sera 9,5592.

En comparant ces deux quantités, d'après la formule, avec l'angle dont l'aiguille est éloignée de son méridien dans les autres essais, nous trouverons que,

Les 2. ^m & 3. ^m Essais comparés par la théorie, donnent	
pour la force de torsion du 3. ^m Essai.....	1052 ^d .
L'expérience donne pour la force de torsion du 3. ^m Essai.	1047 ^d .
Différence.....	5.
Erreur de l'expérience.....	- $\frac{1}{116}$.
Les 2. ^m & 4. ^m Essais comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1388 ^d .
L'expérience donne pour la force de torsion du 3. ^m Essai.	1394 ^d .
Différence.....	6 ^d .
Erreur de l'expérience.....	+ $\frac{1}{232}$.
Les 2. ^m & 5. ^m Essais comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1726 ^d .
L'expérience donne au 5. ^m Essai, pour la force de torsion,	1736 $\frac{1}{2}$.
Différence.....	10 $\frac{1}{2}$.
Erreur de l'expérience.....	+ $\frac{1}{169}$.
Les 2. ^m & 6. ^m Essais comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1921 ^d .
L'expérience donne au 5. ^m Essai.....	1895 ^d .
Différence.....	26 ^d .
Erreur de l'expérience.....	- $\frac{1}{73}$.

L'on trouve donc le plus grand accord entre la théorie & l'expérience, ce qui prouve en même temps, la vérité de la théorie & l'exactitude de la méthode; exactitude que l'on ne peut attribuer qu'à la simplicité du moyen, car la boîte & toutes les parties qui forment la balance avoient été exécutées sans beaucoup de soin.

Première Remarque.

Cette propriété établie d'une manière qui me paroît incontestable, il sera facile, au moyen de notre balance,

de comparer tout de suite & sans calcul, la force de différentes aiguilles aimantées, soit entr'elles, soit avec le *momentum* d'un poids qui agiroit à l'extrémité d'un levier donné.

Il ne s'agit pour cette opération, que de suspendre horizontalement l'une après l'autre, dans notre balance, les différentes aiguilles que l'on voudra comparer, de manière qu'elles se placent librement sur le méridien magnétique, lorsque la torsion du fil de suspension est nulle; l'on tordra ensuite le fil de suspension au moyen du micromètre, de manière que les aiguilles suspendues, forment dans tous les essais, un même angle avec le méridien magnétique, & l'on conclura de cette expérience, que, puisque l'angle formé avec le méridien magnétique est constant, le *momentum* de la force avec laquelle chaque aiguille est ramenée à son méridien par l'action magnétique de la Terre, est proportionnel à l'angle de torsion qu'aura donné l'expérience.

Nous aurons lieu, dans un autre Mémoire, de revenir en détail sur cet objet, ainsi que sur beaucoup d'autres, relatifs au magnétisme.

USAGE de la balance magnétique, pour déterminer la loi suivant laquelle les parties aimantées agissent l'une sur l'autre à différentes distances.

L'on a aimanté un fil de bon acier, tiré à la filière, de 24. pouces de longueur, & $1 \frac{1}{2}$ ligne de diamètre, on l'a suspendu horizontalement dans notre balance magnétique; l'on a cherché d'abord, avec quelle force le magnétisme de la Terre ramenoit cette aiguille à son méridien, & l'on a trouvé qu'en tordant le fil de suspension de deux cercles moins 20 degrés, l'aiguille s'arrêtoit à 20 degrés de son méridien magnétique, en sorte que pour les angles de 20 à 24 degrés & au-dessous, les sinus étant à peu-près proportionnels aux arcs, il falloit pour éloigner l'aiguille

d'un degré de son méridien magnétique, une force de torsion très-approchant de 35 degrés.

L'on a placé ensuite un autre fil aimanté des mêmes dimensions, verticalement dans le méridien magnétique, à 11 pouces 2 lignes du centre de suspension de la première aiguille, en baissant l'extrémité de ce fil, à peu-près d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue horizontalement; en sorte que, si les deux aiguilles, l'une suspendue horizontalement, l'autre placée fixement verticalement dans le méridien de la première, s'étoient touchées, elles se seroient rencontrées à 1 pouce de leurs extrémités; mais comme c'étoit les pôles nord, ou du même nom de chaque aiguille, qui étoient opposés, elles se sont chassées mutuellement, & l'aiguille horizontale, suspendue dans la balance, a été repoussée de la direction de son méridien, & ne s'est arrêtée que lorsque la force de répulsion des pôles opposés, a été en équilibre avec la force directrice du globe de la Terre. Voici le résultat des différens essais.

E X P É R I E N C E.

Premier Essai. L'aiguille suspendue horizontalement sans tordre le fil de suspension, a été chassée, & s'est arrêtée à 24 degrés de son méridien magnétique.

Deuxième Essai. Ayant tordu de trois cercles, l'aiguille s'est arrêtée à 17 degrés de son méridien magnétique.

Troisième Essai. Ayant tordu de huit cercles, l'aiguille s'est arrêtée à 12 degrés de son méridien magnétique.

Explication & résultat de cette expérience.

Nous avons dit que l'aiguille libre & uniquement sollicitée par l'action magnétique du globe de la Terre, étoit retenue à 20 degrés de son méridien par une force de torsion de deux cercles moins 20 degrés; ainsi, lorsque l'aiguille formoit un angle de 20 degrés avec son méridien magnétique, la force qui la rappeloit vers ce méridien

étoit de 700^d ; & par conséquent, comme dans le premier essai elle s'arrêtoit à 24^d de son méridien, elle y étoit ramenée avec une force de 849^d ; mais, comme par la répulsion des aiguilles, le fil de suspension étoit tordu de 24^d , la répulsion totale étoit de 864 .

Dans le 2.^{me} Essai, l'aiguille s'arrêtoit à 17^d de son méridien magnétique; ainsi, elle étoit ramenée à ce méridien par l'action aimantaire de la Terre, avec une force de 595^d . Mais la torsion qui la retenoit à cette distance étoit 3 cercles + 17^d . Ainsi, comme cette force de torsion agissoit dans le même sens que la force aimantaire de la Terre, l'action des deux pôles de l'aiguille étoit mesurée par . . . 1692^d .

Dans le 3.^{me} Essai, l'aiguille n'est qu'à 12^d de son méridien magnétique. Ainsi, l'action du globe de la Terre n'est mesurée que par une force de 420^d . Mais nous trouvons dans cet essai, que pour ramener l'aiguille à cette distance de 12^d il avoit fallu tordre le fil de suspension de 8 cercles + 12^d , = 2890^d . Ainsi, la force répulsive des deux aiguilles placées à 12^d de distance est mesurée dans ce dernier essai, par une torsion de $2892 + 420 = 3312^d$. Ainsi, dans nos expériences, où les distances sont 24, 17, 12, la raison inverse du carré des distances est mesurée par les nombres $\frac{1}{376}, \frac{1}{289}, \frac{1}{144}$, qui est très-approchant, comme $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$. Mais les expériences donnent pour les forces répulsives correspondantes 864, 1692, 3312, qui sont aussi très-approchant, comme les nombres $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$. Ainsi, en supposant, comme nous avons vu plus haut, qu'il étoit permis de le faire, tout le fluide magnétique concentré à 10 lig. de l'extrémité de nos aiguilles de 24 pouces de longueur, il en résulte que l'action répulsive du fluide magnétique est en raison inverse du carré des distances.

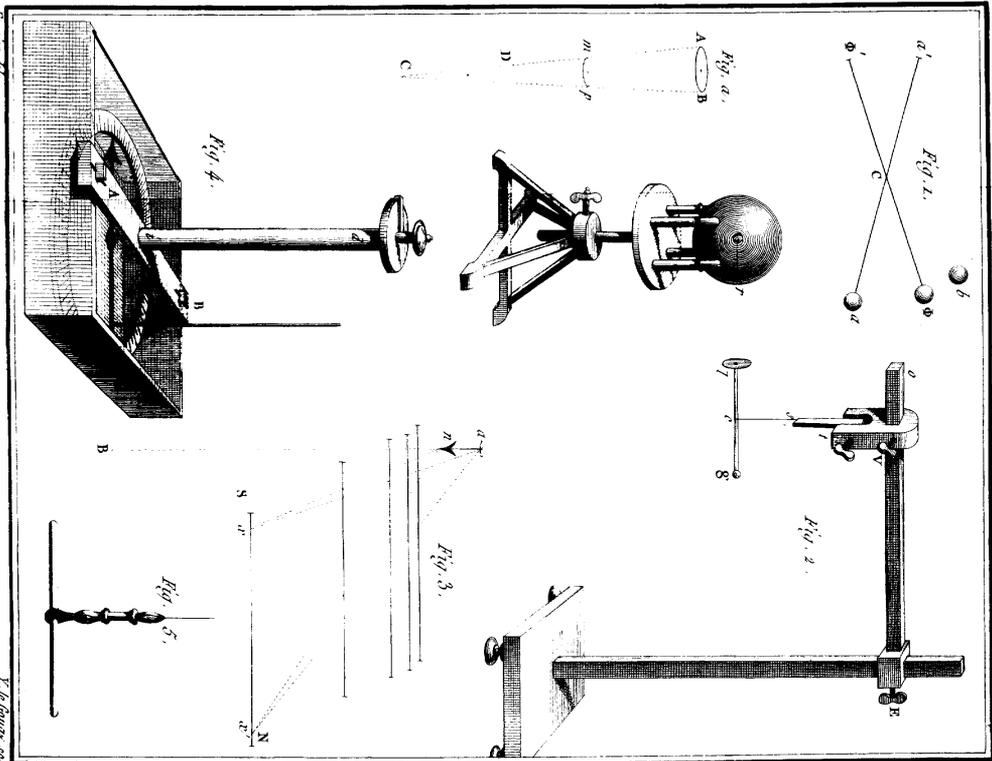
Nous avons pu négliger dans cette opération, l'action des autres pôles des aiguilles; car, puisque l'action est en raison inverse du carré des distances, que les aiguilles ont deux pieds de longueur, ces autres pôles se trouvant toujours à une distance au moins quatre fois plus grande que
les

les premiers, & agissant d'ailleurs très-obliquement à la longueur des aiguilles, leur action ne peut pas altérer d'une manière bien sensible notre résultat. Mais s'il y avoit moins de différence entre la distance des différens pôles de l'aiguille que dans l'expérience qui précède, il faudroit, dans le calcul, avoir égard à l'action réciproque de tous les pôles, & à la longueur du levier sur lequel chacune de ces actions s'exerce. Ce calcul n'auroit pas plus de difficulté que celui que nous avons fait plus haut pour déterminer le centre d'action des extrémités des aiguilles, ou le point, vers ces extrémités, dans lequel il est permis de supposer le fluide magnétique concentré.

L'on peut encore, au moyen de la balance magnétique que nous venons de décrire, prouver d'une manière incontestable, que le fluide magnétique dans les fils d'acier aimantés par la méthode de la double touche, est concentré vers les extrémités de ces fils.

Voici le précis de l'opération qui mène à ce résultat. Ayant placé dans le méridien magnétique de notre balance, une règle verticale de deux lignes d'épaisseur, répondant à l'extrémité de l'aiguille suspendue, l'on fait glisser verticalement, le long de cette règle, le fil d'acier aimanté, de manière que les pôles du même nom se répondent, la règle étant entre-deux. Comme les deux extrémités, ou les deux pôles des fils d'acier & de l'aiguille, se chassent, l'on tord, au moyen du micromètre, le fil de suspension, jusqu'à ce que l'on ait ramené l'aiguille horizontale en contact avec la règle, en sorte qu'il ne reste que l'épaisseur de la règle, ou deux lignes de distance entre les points les plus rapprochés des deux aiguilles; mais comme le fil d'acier que nous plaçons derrière la règle est vertical, tous les points des deux aiguilles qui se trouvent à quatre ou cinq lignes de distance du recroisement, n'ont l'une sur l'autre pour se chasser mutuellement, qu'une force très-foible, à cause de leur distance & de l'obliquité de leur action; en sorte que la force de torsion qu'il faut

employer pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact de la règle, est proportionnelle à la densité des deux ou trois lignes de longueur du fluide aimantaire qui avoient les points des deux aiguilles, qui ne sont qu'à deux lignes de distance l'un de l'autre. Ainsi, en faisant glisser verticalement notre fil d'acier le long de la règle, nous présenterons à cette petite distance de deux lignes de l'aiguille, tous les points de ce fil, & la force de torsion de la suspension pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact avec la règle, sera proportionnelle à la densité du fluide magnétique du point du fil vertical, qui, dans chaque essai, se trouvera à deux lignes de distance de l'aiguille. Si l'on tente cette expérience, l'on trouvera que s'il faut une torsion de huit cercles lorsque le point de recoupement est à deux lignes de l'extrémité du fil, il ne faut que deux ou trois cercles de torsion à un pouce, & tout au plus un demi-cercle de torsion à deux pouces; & que lorsque le fil d'acier vertical a son extrémité baissée de trois pouces au-dessous de l'extrémité de l'aiguille suspendue horizontalement, la répulsion est presque nulle. L'on trouvera la même chose pour l'attraction des pôles du même nom; mais il faut avertir que pour compter sur le résultat d'une pareille expérience, il ne faut employer que des aiguilles fortement trempées & d'excellent acier, & ne pas leur donner un trop fort degré de magnétisme; autrement, comme dans cette opération le point de recroisement des deux aiguilles n'a que deux lignes de distance, si la force du fluide magnétique est telle que le fluide puisse se déplacer dans les parties des aiguilles qui s'avoient, les résultats ne seront plus comparables. L'on verra, dans un autre Mémoire, que la force coërcitive, qui empêche le fluide magnétique une fois concentré par l'opération de la double touche, de se déplacer, est une quantité constante, qui varie suivant la nature & la trempé de l'acier; mais que, lorsqu'un point d'une aiguille est aimanté à fatu-



Extrait de

Y. le douze. 1765.

TROISIÈME MÉMOIRE
SUR L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

De la quantité d'Électricité qu'un corps isolé perd dans un temps donné, soit par le contact de l'air plus ou moins humide, soit le long des soutiens plus ou moins idio-électriques.

Par M. COULOMB.

LORSQU'UN corps conducteur électrisé est isolé par des soutiens idio-électriques, l'expérience apprend que l'électricité de ce corps décroît & s'anéantit assez rapidement. L'objet de ce Mémoire est de déterminer suivant quelles loix se fait ce décroissement : la connoissance de cette loi est absolument nécessaire pour pouvoir soumettre par la suite, au calcul les autres phénomènes de l'électricité ; parce que les expériences destinées à évaluer ces phénomènes, ne pouvant s'exécuter dans un même instant, ne peuvent être comparées entr'elles, sans connoître l'altération qu'elles éprouvent dans le temps qui s'écoule de l'une à l'autre.

Deux causes paroissent principalement concourir à faire perdre l'électricité des corps : la première, c'est qu'il est probable qu'il n'y a dans la Nature aucun soutien parfaitement isolant, c'est-à-dire, qu'il n'y a aucun corps entièrement impénétrable à l'électricité, lorsqu'elle est portée à un très-grand degré d'intensité ; que d'ailleurs, quand même ce corps existeroit, l'air étant toujours chargé d'un certain degré d'humidité ; cette humidité s'attache à la surface des corps idio-électriques en plus ou moins grande quantité, suivant que l'air est plus ou moins humide, &

que le corps idio-électrique, par sa nature, a une plus grande ou une moindre affinité avec l'eau, que n'en ont les parties de l'air; en sorte qu'il arrive souvent que les parties aqueuses répandues sur la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien à un corps électrisé, sont plus rapprochées l'une de l'autre, qu'elles ne le sont dans l'air environnant; & comme ces parties aqueuses sont conductrices de l'électricité, dans ce cas, lorsque les corps idio-électriques qui servent de soutien n'ont pas une longueur suffisante, l'électricité se perd plus facilement le long de la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien, que par le contact de l'air.

La seconde cause, c'est que le corps électrisé étant enveloppé par l'air atmosphérique, cet air composé de différens élémens, est plus ou moins idio-électrique, soit par la nature de ces élémens, soit par leur affinité avec les molécules aqueuses; affinité qui varie encore suivant le degré de chaleur, en sorte que l'air peut être regardé comme composé d'une infinité d'élémens en partie idio-électriques, en partie conducteurs. Mais, comme un corps conducteur se charge toujours d'une partie de l'électricité du corps qui le touche, & que chargé de cette électricité, il est repoussé par ce corps; il en résulte, que chaque molécule de l'air qui touche un corps électrisé, se charge de l'électricité de ce corps plus ou moins rapidement, suivant que la densité électrique du corps est plus ou moins grande, & que l'air est plus ou moins chargé d'humidité ou de parties conductrices de l'électricité: dès l'instant qu'une molécule de l'air est chargée d'électricité, elle est chassée du corps électrisé, & remplacée par une autre qui s'électrise, & est chassée à son tour; chacune de ces molécules emportant une partie de l'électricité du corps électrisé qu'elles enveloppent, la densité électrique diminue plus ou moins rapidement, suivant l'état de l'atmosphère. L'explication que nous venons de donner sur la manière dont l'électricité se perd par le contact de l'air, dont les molécules infi-

niment petites se meuvent avec beaucoup de facilité, n'est pas applicable à la manière dont l'expérience apprend que l'électricité se perd le long des surfaces des soutiens devenus idio-électriques imparfaits, par le contact de l'air humide; parce que dans ce second cas, les parties aqueuses contractent un assez grand degré d'adhérence avec la surface de ces soutiens; que cette adhérence est quelquefois plus grande que l'action répulsive que le corps électrisé exerce sur la molécule aqueuse, à laquelle il a transmis une partie de son électricité; d'où il arrive, & ce résultat est confirmé par l'expérience, que lorsque la molécule humide, la plus proche du corps électrisé, est chargée d'électricité, cette électricité passe en partie à la molécule suivante, sans que cette molécule se déplace, & de-là de molécule en molécule, jusqu'à une certaine distance du corps: ainsi la densité de chaque molécule diminuera à mesure qu'elle sera plus éloignée du corps électrisé, parce que ces molécules aqueuses étant séparées par un petit intervalle idio-électrique, il faut un certain degré de force, pour que l'électricité puisse passer d'une molécule à l'autre. La résistance que ce petit intervalle idio-électrique oppose à l'écoulement du fluide électrique, paroît ne pouvoir être représentée que par une quantité constante pour un intervalle constant, & doit par conséquent être proportionnelle à la différence de l'action de deux molécules consécutives. Nous verrons tout-à-l'heure, que le calcul & les expériences qui déterminent la loi de la densité du fluide électrique le long des soutiens idio-électriques imparfaits, s'accordent avec le raisonnement qui précède.

Les recherches qui vont suivre, doivent donc avoir deux objets; le premier, de déterminer suivant quelle loi l'électricité se perd par le contact de l'air; le deuxième, de déterminer suivant quelle loi cette même électricité se perd le long de la surface des soutiens idio-électriques: mais comme dans toutes les expériences que l'on peut faire, les corps conducteurs chargés d'électricité, sont toujours

soutenus par des corps idio-électriques, ces expériences doivent naturellement toujours présenter un résultat composé de la perte de l'électricité par le contact de l'air, & de la perte de l'électricité le long de la surface du soutien idio-électrique, à moins que l'on ne parvienne à soutenir le corps par un support idio-électrique dont la surface soit proportionnellement moins chargée d'humidité, ou des parties conductrices que les molécules de l'air environnant; car pour lors en diminuant beaucoup la surface du contact du corps électrisé & de son soutien, la diminution de l'électricité du corps seroit dûe en entier au contact de l'air. D'après ce raisonnement, j'ai essayé, pour servir de soutien au corps électrisé, plusieurs matières idio-électriques, & j'ai trouvé que lorsque la densité électrique du corps soutenu n'étoit pas très-considérable, un petit cylindre de cire d'Espagne ou de gomme-laque, d'une demi-ligne de diamètre & de 18 à 20 lignes de longueur, suffisoit presque toujours pour isoler parfaitement une balle de sureau de cinq à six lignes de diamètre; j'ai également trouvé que lorsque l'air étoit sec, un fil de soie très-fin, passé dans de la cire d'Espagne bouillante, & ne formant ensuite qu'un petit cylindre tout au plus d'un quart de ligne de diamètre, remplissoit le même objet, pourvu que l'on donnât à ce fil une longueur de cinq à six pouces. Un fil de verre, tiré à la lampe d'émailleurs, de cinq ou six pouces de longueur, n'isole la balle que dans les jours très-secs, & lorsqu'elle est chargée d'un très-foible degré d'électricité; il en est de même d'un cheveu ou d'une soie qui ne sont pas enduits de cire d'Espagne, ou ce qui vaut encore mieux, de gomme-laque pure.

PREMIÈRE PARTIE.

Expériences pour déterminer la perte de l'électricité par le contact de l'air.

J'AI donné dans mon premier Mémoire sur l'électricité, la description de la balance dont je me sers dans toutes

les expériences électriques. L'on peut se rappeler, en jetant les yeux sur la figure de cette balance, qu'une aiguille horizontale, formée par un fil de soie enduit de cire d'Espagne ou même par une paille terminée par un petit cylindre de gomme-laque, porte une petite balle de sureau, de quatre ou cinq lignes de diamètre à son extrémité; que cette aiguille est suspendue horizontalement par un fil d'argent de 28 pouces de longueur, & qu'en agissant avec un levier de 4 pouces pour tordre ce fil de suspension autour de son axe, il ne faut employer qu'une force de $\frac{1}{320}$ grain pour le tordre de 360^d ; que les forces de torsion sont généralement proportionnelles à l'angle de torsion, en forte que, par exemple, pour tordre notre fil de 36^d , ou pour faire varier l'aiguille de 36^d , il ne faut employer que $\frac{1}{3200}$ de grain. L'on doit encore se rappeler que la force de torsion de ce fil de suspension se mesure d'une manière bien simple, au moyen d'un micromètre placé au haut de la tige de notre balance, & qu'en présentant à la balle de l'aiguille une seconde balle de la même grosseur, isolée comme celle de l'aiguille, leur action réciproque lorsqu'elles sont chargées d'une électricité de même nature, tend à les éloigner l'une de l'autre; qu'en tordant le fil de suspension, au moyen du micromètre, il est facile de mesurer cette action que nous avons trouvée dans ce Mémoire, exactement comme l'inverse du carré de la distance des deux balles.

Pour déterminer au moyen de cette même balance, la loi suivant laquelle un corps électrisé perd son électricité dans un temps donné, voici la méthode qui m'a paru la plus simple & la plus exacte.

Je suspends à un fil de soie très-fin, enduit de cire d'Espagne, & terminé par un petit cylindre de gomme-laque de 18 à 20 lignes de longueur, une petite balle de sureau semblable à celle de l'aiguille; je l'introduis par le trou du couvercle de ma balance, comme je l'ai fait dans mon premier

premier Mémoire, & je la place de la même manière.

Au moyen d'une épingle à grosse tête, que je charge d'électricité, & qui est isolée comme dans le premier Mémoire, j'électrise également les deux balles, ce qui est très-facile en les faisant toucher l'une à l'autre; lorsque ces balles sont électrisées, elles se repoussent mutuellement, & l'aiguille ne s'arrête que lorsque la distance des deux balles est telle que la force de torsion est égale à la force répulsive: un exemple fera mieux entendre l'opération, que toute autre explication.

Je suppose que la balle de l'aiguille soit chassée à 40 degrés; en tordant le fil de suspension, je la ramène à une moindre distance, à 20 degrés, par exemple, ce que je suppose encore avoir obtenu, en tordant le fil de suspension de 140 degrés. J'observe l'instant où cette balle répond très-précisément à 20 degrés: comme l'électricité se perd, les balles se rapprocheront quelques minutes après l'opération; ainsi, pour pouvoir les observer toujours à la première distance de 20 degrés, je détors, au moyen de l'index, le fil de suspension, de 30 degrés, & la force de torsion étant diminuée de ces 30 degrés, les balles se chassent à un peu plus de 20 degrés. J'attends l'instant où la balle de l'aiguille arrive à 20 degrés, & je tiens compte très-exactement du temps écoulé entre les deux opérations; je suppose que ce temps soit 3'; il résultera de cette opération, qu'à la première observation, la distance des balles étant 20, la force répulsive avoit pour mesure, 140 degrés + 20; que 3' après, la force répulsive à la même distance de 20 degrés, n'étoit plus que 110^d + 20^d, c'est-à-dire, qu'elle étoit diminuée de 30 degrés, ou de 10 degrés par minute: ainsi comme la force moyenne entre les deux observations étoit mesurée par 145 degrés, & qu'elle diminue de 30 degrés en 3', ou de 10 degrés par minute, la force électrique des deux balles diminueoit de $\frac{10}{145}$ par minute.

C'est d'après cette méthode, que j'ai formé le premier tableau, qui représente des observations faites le 28 Mai, le 29 Mai, le 22 Juin & le 2 Juillet; j'ai choisi ces quatre observations parmi une infinité d'autres, parce que l'hygromètre annonçoit ces quatre jours des différences considérables dans le degré d'humidité de l'air, & que le degré de chaleur étoit à peu-près le même.

Observation sur le Tableau ci-joint.

Dans ce tableau, la première colonne représente l'instant de l'observation; la deuxième, la distance des deux balles; la troisième, le degré de torsion donné par le micromètre; la quatrième, la durée du temps écoulé entre deux observations consécutives; la cinquième, la perte de la force électrique dans le temps écoulé entre deux observations; la sixième, la force moyenne de répulsion entre deux observations consécutives, mesurée par la torsion moyenne, indiquée par le micromètre, plus par la distance des deux balles; enfin, la septième colonne indique le rapport de la force électrique perdue dans 1', à la force totale.

L'on voit, d'après cette septième colonne, que le rapport de la force électrique perdue à la force totale, a été représenté le même jour, ou dans le même état d'humidité de l'air, par une quantité constante; que ce rapport n'a varié qu'à mesure que l'hygromètre a annoncé une variation dans l'humidité de l'air, d'où il résulte, que pour un même état de l'air, la perte de l'électricité est toujours proportionnelle à la densité électrique.

La loi de la perte de la densité électrique étant déterminée par les expériences qui précèdent, il est facile d'avoir par le calcul l'état électrique des deux balles après un temps donné; prenons pour exemple la première expérience de notre table, où nous avons vu que l'action

électrique des deux balles, dont l'électricité primitive étoit la même, diminueoit de $\frac{1}{41}$ partie à chaque minute.

Puisque la densité électrique décroît, ainsi que nous venons de le voir, proportionnellement aux densités; nous avons

$$-\left(\frac{d\delta}{\delta}\right) = m \, dt, \text{ où } \delta \text{ représente la densité de chaque}$$

balle; mais puisque cette densité décroît, comme on le verra dans l'article suivant, de $\frac{1}{82}$ par minute, si $dt = 1'$, l'on

$$\text{aura } m = \left(-\frac{1}{82}\right). \text{ Ainsi, dans cette expérience,}$$

$$-\frac{d\delta}{\delta} = \left(\frac{dt}{82}\right), \text{ multipliant par le module } \mu \text{ du sys-}$$

$$\text{tème logarithmique, l'on aura } -\mu \frac{d\delta}{\delta} = \left(-\frac{\mu dt}{82}\right),$$

$$\text{dont l'intégrale donne } -\frac{\mu t}{82} = \log\left(\frac{D}{\delta}\right), D \text{ repré-}$$

sentant la densité primitive du fluide électrique de chaque

$$\text{balle, \& par conséquent } -\frac{\mu t}{82} = \frac{\mu}{41} t = \log\left(\frac{D^2}{\delta^2}\right);$$

mais la distance étant constante, D^2 est proportionnel à l'action primitive, & δ^2 est proportionnel à l'action, lorsque le temps est $= t$: ainsi, en se servant des tables ordi-

$$\text{naires, puisque le module } \mu = 0,4343, \text{ l'on aura}$$

$$\frac{0,4343}{41} t = \log\left(\frac{D^2}{\delta^2}\right). \text{ Si l'on cherche d'après cette}$$

formule, la valeur de δ dans cette première expérience, l'on trouvera qu'au premier essai, $D^2 = 150$, qu'au

$$6.^{\text{me}} \text{ essai } \delta^2 = 50; \text{ ainsi, } \frac{0,4343}{41} t = \log\left(\frac{150}{50}\right) = \log 3;$$

$$\text{\& par conséquent } t = \left(\frac{41 \log 3}{0,4343}\right) = 45' \text{ par l'expé-}$$

rience. Le 1.^{er} Essai a commencé à 6^h 32' 30^{''}; le 6.^{me}

Essai n'a eu lieu qu'à 7^h 17': ce qui donne 44' 30^{''}, au lieu de 45' trouvées par l'expérience.

Deuxième Remarque.

Le rapport donné dans la septième colonne de la table, représente exactement la portion de la force perdue dans une minute par le corps électrisé, à la force totale : mais ce rapport est double de celui de la perte de la densité de chaque corps à la densité totale; il est facile de s'en convaincre par les réflexions suivantes.

Nous avons vu, dans nos deux premiers Mémoires, que lorsque deux globes égaux électrisés, agissoient l'un sur l'autre, leur action réciproque étoit en raison composée des densités électriques & de l'inverse du carré des distances de ces deux globes. Ainsi, puisque dans nos expériences, les deux balles sont égales, & qu'elles ont au premier instant reçu une égale dose d'électricité, leur action réciproque, en nommant ρ , la densité électrique, & a , la distance des deux balles, sera proportionnelle à $(\frac{\rho^2}{a^2})$, & la variation de cette action dans l'instant dt sera également proportionnelle à $(\frac{2\rho d\rho}{a^2} + d\rho^2)$: ainsi le rapport de cette variation d'action, à l'action, sera en négligeant $d\rho^2$ égal à $(\frac{2d\rho}{\rho})$. Mais $(\frac{d\rho}{\rho})$ est le rapport de la perte de la densité de chaque balle à sa densité, & par conséquent elle a pour mesure, la moitié du rapport donné pour la perte d'action, à l'action donnée dans nos expériences: ainsi, le 28 Juin, notre tableau donnant moyennement $\frac{1}{41}$ pour le rapport de la force électrique perdue dans une minute à la force totale; il en résulte, que ce même jour, la densité électrique des balles diminueoit de $\frac{1}{82}$ partie par minute.

Par une suite d'expériences du même genre, j'ai également trouvé que, quoique les balles eussent des grosseurs

très-différentes, que la masse d'électricité & la densité électrique de chaque balle fussent très-différentes, le rapport de la force perdue dans une minute, à la force totale, restoit toujours une quantité constante; en sorte, par exemple, que, quoique le 28 Juin, je présentasse à la balle de l'aiguille, une balle double de grosseur, & que je donnasse à cette balle une densité électrique plus grande ou plus petite que celle de l'aiguille, la perte de la force électrique par minute, étoit toujours $\frac{1}{41}$ partie de la force totale.

Pour peu que l'on y fasse attention, l'on verra que si dans un temps donné, la densité décroît proportionnellement à son intensité, le résultat que donne l'expérience, est une suite nécessaire de la théorie; car l'action des deux balles dont la grosseur & la densité sont différentes, étant représentée par $m \left(\frac{D\delta}{a^2} \right)$, où m est un coefficient constant dépendant de la surface des balles, où D & δ représentent les densités, & a la distance; la variation de la force répulsive divisée par cette force, aura pour mesure, $\left(\frac{dD}{D} + \frac{d\delta}{\delta} \right)$, quantité qui sera toujours une quantité constante, quelle que soit la valeur de δ , de D & de m , pourvu que pour un même instant dt , $\frac{dD}{D} = \frac{d\delta}{\delta} =$ une quantité constante.

Mais une remarque fournie par l'expérience, & qui me paroît mériter la plus grande attention, c'est que, quelque figure qu'ait un corps électrisé, & quelle que soit sa grosseur, le décroissement de la densité électrique, relativement à cette densité, a dans tous les cas pour mesure, à peu près une quantité constante, lorsque l'air est sec, & que le degré d'électricité n'est pas très-considérable. J'ai fait cette expérience avec un globe d'un pied de diamètre, avec des cylindres de toutes les grosseurs & de toutes les longueurs; j'ai substitué à la place des balles, dans ma balance

électrique, des cercles de papier ou de métal; j'ai même, un jour très-sec, armé une des balles d'un petit fil de cuivre, de 10 lignes de longueur & de $\frac{1}{4}$ ligne de diamètre, & en observant le décroissement de l'électricité, j'ai trouvé le jour où j'ai fait cette expérience, que la densité électrique décroissoit dans tous ces corps, quelques figures qu'ils eussent, d'une centième partie par minute: mais il faut seulement prévenir, que les corps de différentes figures ne donnent cette égalité de décroissement dans la densité électrique; que lorsque cette densité est diminuée à un certain point; que dans toutes les figures anguleuses, lorsqu'on leur communique une électricité très-forte, elles perdent rapidement une portion de cette électricité, suivant des loix que nous déterminerons en parlant de l'électricité des pointes; mais lorsque l'électricité est diminuée à un certain point, pour lors, quelle que soit la densité électrique, son rapport avec le décroissement pendant l'instant dt , sera une quantité constante.

Une seconde observation que l'expérience m'a fait faire, c'est que la nature du corps n'influe nullement sur la loi du décroissement de l'électricité; ainsi, le 28 Juin où nous voyons par notre tableau, que l'électricité décroissoit de $\frac{1}{82}$ par minute, pour des balles de sureau, elle décroissoit de la même quantité pour une balle de cuivre, & ce qui paroitra plus extraordinaire, pour une balle de nature idio-électrique, formée avec de la cire d'Espagne, & que l'on avoit chargée d'électricité, en la faisant toucher à un corps fortement électrisé. Nous aurons lieu dans la suite de revenir sur tous ces résultats, lorsque nous aurons déterminé par l'expérience & le calcul, les loix des autres phénomènes électriques.

Troisième Remarque.

Si l'on veut actuellement chercher, d'après le tableau qui représente le décroissement de l'électricité dans une

minute, la correspondance entre l'état plus ou moins humide de l'air, & ce décroissement d'électricité, l'on formera la petite table suivante.

Hygromètre.	Quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en dissolution.	Électricité perdue à chaque minute.
Le 29 Mai... 69.....	6,197 ^{grains}	$\frac{1}{60}$
Le 28 Mai... 75.....	7,295.....	$\frac{1}{41}$
Le 2 Juillet... 80.....	8,045.....	$\frac{1}{29}$
Le 22 Juin... 87.....	9,221.....	$\frac{1}{14}$

Dans ce tableau, la première colonne marque le jour où l'expérience a été faite; la deuxième, l'état de l'hygromètre de M. de Saussure; la troisième, la quantité d'eau que l'air tient en dissolution par pied cube, lorsque le thermomètre est entre 15 & 16 degrés, évaluée d'après une petite table du dixième chapitre, page 173 de l'hygrométrie de M. de Saussure, qui exprime pour tous les degrés du thermomètre, la quantité d'eau que l'air tient en dissolution, relativement au degré marqué par l'hygromètre de cet auteur.

Si, d'après cette table, l'on cherche par le calcul à déterminer une loi entre le décroissement de l'électricité & la quantité d'eau contenue dans un pied cube d'air, lorsque le thermomètre est entre 15 & 16 degrés, point où il se trouvoit dans le temps des quatre expériences; en nommant *m* la puissance qui exprime ce rapport, & en comparant la première expérience avec les trois autres, l'on aura :

$$\begin{aligned}
 1.^{e} \text{ exp. } \& \ 2.^{e} \text{ exp.} & \dots\dots\dots \frac{60}{41} & = & \left(\frac{7,197}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 2,76; \\
 1.^{e} \text{ exp. } \& \ 3.^{e} \text{ exp.} & \dots\dots\dots \frac{60}{29} & = & \left(\frac{8,045}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 2,76; \\
 1.^{e} \text{ exp. } \& \ 4.^{e} \text{ exp.} & \dots\dots\dots \frac{60}{14} & = & \left(\frac{9,221}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 3,61; \\
 & & & & \& \text{ la quantité moyenne donne } m = 3,04.
 \end{aligned}$$

En sorte qu'il paroîtroit que le décroissement de la force, ou, ce qui revient au même, de la densité électrique, est proportionnel au cube du poids de l'eau contenue dans un volume d'air.

Mais ce résultat dépendant de plusieurs élémens, qui ne sont peut-être pas encore déterminés d'une manière assez sûre, a besoin d'être confirmé par des recherches plus directes. C'est dans cette vue, que j'avois imaginé, pour compléter mon travail, de renfermer des corps électrisés dans différentes espèces d'air, de donner à cet air différens degrés de densité & d'humidité, de chercher ensuite dans chaque état de ces airs, la loi du décroissement de l'électricité; mais je me suis bientôt aperçu que cette opération demandoit beaucoup de temps, de patience, & des instrumens que je n'avois pas, ou qui n'existent même pas encore pour mesurer avec exactitude le degré de pureté de chaque air, & son degré d'humidité: j'ai été obligé, avec regret, de renoncer au moins pour le moment à un travail sur lequel je desirois de pouvoir revenir dans la suite.

Quatrième Remarque.

Dans les différens essais qui forment la table générale de nos expériences, je me suis assuré que l'électricité se perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les soutiens, par la méthode suivante.

Les balles renfermées dans la balance électrique étant soutenues par un seul fil de soie enduit de cire d'Espagne, terminé par un fil de gomme-laque de 18 lig. de longueur, je cherchois la quantité d'électricité qui se perdoit dans une minute, & qui se trouve dans le tableau des expériences; je faisois ensuite toucher la balle par quatre fils absolument semblables à celui qui servoit de soutien, & je déterminois dans cet état le décroissement de l'électricité dans une minute, que je trouvois le même que s'il n'y avoit eu qu'un seul soutien: il est clair qu'ayant dans

dans cette expérience quatre soutiens au lieu d'un seul, si une partie sensible de l'électricité s'étoit perdue par les soutiens, le décroissement auroit été sensiblement plus grand lorsque la balle étoit touchée par quatre fils enduits de cire d'Espagne, que lorsqu'elle étoit soutenue par un seul; & puisque l'expérience a prouvé le contraire, il en résulte que l'électricité se perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les soutiens.

Cinquième Remarque.

À mesure que le degré de chaleur indiqué par le thermomètre augmente, quoique l'hygromètre de M. de Saussure, qui a servi à la comparaison de nos expériences, reste au même degré, cependant la quantité d'eau qu'un volume d'air déterminé tient en dissolution, augmente avec cette chaleur. Mais comme il paroît que le décroissement plus ou moins prompt de l'électricité, dépend de la quantité d'eau ou du nombre des parties conductrices qui se trouvent dans un même volume d'air, il doit en résulter que, pour le même degré hygrométrique, l'électricité doit se perdre plus promptement les jours chauds que les jours froids. C'est effectivement ce que l'expérience confirme toujours; mais il reste à chercher si à différens degrés de chaleur, le décroissement de l'électricité dépend uniquement de la quantité d'eau tenue en dissolution dans un volume d'air déterminé.

Ici les expériences nous manquent: l'on trouve à la vérité dans l'excellent Essai d'hygrométrie de M. de Saussure, chapitre X, page 181, une table qui représente la correspondance des degrés de son hygromètre avec la quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en dissolution à chaque degré du thermomètre. Mais M. de Saussure annonce qu'il ne répond pas de cette table, qu'il n'a publiée que pour présenter un modèle de la réduction des expériences qu'il compte faire par la suite. Ainsi, tous les résultats que nous pourrions tirer, en comparant d'après cette table,

Mém. 1785.

K k k k

la perte électrique avec la quantité d'eau tenue en dissolution dans un pied cube d'eau, à un degré de chaleur & d'hygromètre observé, ne seroient qu'hypothétiques. L'on peut seulement dire en général, qu'il paroît qu'à mesure que le degré de chaleur augmente, l'électricité ne se perd pas aussi promptement qu'elle devoit le perdre, en calculant d'après cette table la quantité d'eau que le pied cube d'air tient en dissolution; c'est-à-dire, qu'en admettant pour vraie la table de M. de Saussure, un pied cube d'air tenant, par exemple, six grains d'eau en dissolution, est plus idio-électrique ou moins conducteur de l'électricité, à mesure que la chaleur augmente.

Sixième Remarque.

AVANT de finir cette première partie de mon Mémoire, je dois encore avertir que quoique le thermomètre, l'hygromètre, & même le baromètre, marquent à différens jours les mêmes degrés, le décroissement de l'électricité n'est cependant pas toujours le même: l'on ne peut, ce me semble, expliquer ces variétés par une autre cause que par la composition de l'air formé de différens élémens plus ou moins idio-électriques, dont la densité, les proportions varient presque continuellement, & qui ont des degrés d'affinités différens avec les vapeurs aqueuses. La seule observation qui m'a paru assez générale, c'est que lorsque le temps change subitement, & que l'hygromètre varie sensiblement dans quelques heures de l'humidité au sec, la perte de l'électricité, relativement à sa densité, reste pendant quelque temps plus grande qu'elle ne devoit l'être d'après ce degré de sécheresse indiqué par l'hygromètre; & vice versa, lorsque l'hygromètre passe subitement du sec à l'humide. Ainsi, par exemple, si dans douze ou quinze heures, l'hygromètre passe de l'humide au sec de 8 ou 10 degrés, & qu'il se fixe ensuite à ce degré de sécheresse pendant plusieurs jours, l'on observera souvent que si la densité électrique décroît le premier jour après cette marche de l'hygromètre,

de $\frac{1}{50}$ par minute, quelques jours après, quoique la sécheresse indiquée par l'hygromètre, reste invariable, la densité électrique ne décroît plus que de $\frac{1}{10000}$ partie par minute. La cause de ce phénomène ne dépendroit-elle pas de ce que les vapeurs aqueuses, après avoir séjourné un certain temps dans l'air, y contractent une adhérence de plus en plus grande, & que le cheveu de l'hygromètre n'attire que les parties aqueuses qui sont encore libres & qui ont un plus foible degré d'adhérence avec l'air que les premières; d'où il résulteroit que dans les variations subites, l'hygromètre annonceroit seulement la quantité des parties aqueuses libres dans l'air, & non la quantité absolue de ces parties. Ce qui paroîtroit venir à l'appui de cette opinion, c'est que l'état de diminutions électriques se fixe presque toujours au bout de quelques heures, relativement à l'hygromètre, lorsque la variation prompte de sécheresse ou d'humidité a lieu avec un vent violent, & que ce n'est qu'avec un temps calme, que l'on éprouve quelquefois le contraire. Il se pourroit cependant que ce phénomène fût uniquement produit par l'humidité ou la sécheresse des corps qui avoisinent l'aiguille.

Cette remarque, ainsi que la troisième, dépendant, comme nous l'avons dit, de plusieurs élémens hygrométriques qui sont encore incertains, les résultats ne sont qu'hypothétiques, & il ne faut pas les confondre avec les principaux points de ce Mémoire, qui paroissent avoir pour base une suite d'expériences suivies.

DEUXIÈME PARTIE.

De la quantité d'électricité qui se perd le long des soutiens idio-électriques imparfaits.

Nous avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que lorsque l'électricité se perd par le contact de l'air, le décroissement momentané de l'électricité étoit très-exacte-

K k k k ij

ment proportionnel à la densité électrique du corps électrisé. L'on peut se rappeler que pour nous diriger dans les expériences propres à mener à ce résultat, nous avons dû chercher à isoler le corps électrisé sur un soutien le plus idio-électrique possible.

Pour suivre la même méthode, il faudroit dans la recherche actuelle, soutenir les corps par des ifoloirs dont l'idio-électricité fût tellement imparfaite, que la perte de l'électricité le long de ces soutiens, fût dans un rapport très-grand avec la quantité d'électricité que le corps perd par le contact de l'air. Mais l'on sent que plus ce rapport fera grand, plus l'électricité du corps électrisé se perdra rapidement. Et comme dans la pratique des expériences, dès l'instant que, dans notre balance électrique, la balle soutenue par l'aiguille est électrisée, l'aiguille oscille pendant quelques minutes, qu'elle oscille également toutes les fois que l'on touche au micromètre, pour augmenter ou diminuer la torsion du fil de suspension; l'on voit que si l'électricité se perdoit très-rapidement, à chaque observation l'électricité se trouveroit presque entièrement anéantie avant que l'aiguille s'arrêtât, & que l'on pût déterminer sa position d'une manière précise: cet inconvénient-pratique nous a donc obligé à nous servir de soutiens qui eussent assez de forces idio-électriques pour pouvoir, sans électriser à chaque fois les balles, faire plusieurs observations consécutives; il est facile ensuite par le calcul, de déterminer, dans ces expériences, la partie de l'électricité perdue par le contact de l'air, & celle perdue le long du soutien.

La deuxième Table a été formée sur le même modèle que la première, ainsi que l'indiquent les titres: mais la balle introduite dans le trou de la balance, & qui est destinée à chasser la balle de l'aiguille, au lieu d'être isolée comme dans les expériences de cette première partie, par un petit cylindre de gomme-laque de quinze à dix-huit lignes de longueur, est soutenue par un fil de soie d'un seul brin, tel

qu'il sort du cocon; ce fil a quinze pouces de longueur. Les deux expériences de cette deuxième Table, ont été faites comme celle de la première, le 28 & le 29 Mai. La première table détermine la quantité d'électricité que le contact de l'air faisoit perdre: ainsi, en comparant le résultat de cette première table avec celui de la deuxième, il sera facile de déterminer la quantité d'électricité perdue à chaque instant le long des soutiens.

Mais une remarque bien importante que nous offre cette seconde table, c'est que le décroissement de l'électricité, d'abord beaucoup plus prompt lorsque la densité est considérable, qu'il ne devoit l'être s'il étoit uniquement produit par le contact de l'air, parvient dans l'une & l'autre expérience de la deuxième table, lorsque la densité électrique de la balle soutenue par le fil de soie, est réduite à un certain degré, à être précisément la même, que lorsque l'idio-électricité de l'isoloir est parfaite, ou pour mieux dire, lorsque la perte de l'électricité est entièrement due au contact de l'air, comme dans la première table.

Il résulte certainement de cette observation, que notre fil de soie de quinze pouces de longueur isole parfaitement, lorsque l'action réciproque des deux balles est mesurée dans la première expérience de notre seconde table, par une force de torsion de 40^d & au-dessous, puisque pour lors la perte électrique n'est que de $\frac{1}{42}$ par minute, la même qui avoit été trouvée pour le même jour dans la première table, & qui étoit, ainsi qu'il est prouvé dans la première partie de ce Mémoire, uniquement due au contact de l'air. Il résulte également de cette même observation, que dans la deuxième expérience de notre seconde table, le fil de soie de quinze pouces de longueur isoloit parfaitement, lorsque l'action répulsive des deux balles étoit de 70^d & au-dessous, puisqu'alors la perte de l'action électrique n'étoit que de $\frac{1}{60}$; ainsi que nous l'avions trouvé le même jour dans la première

table. Actuellement, puisque les forces répulsives sont mesurées pour une distance constante, par le produit des densités des deux balles égales, nous allons chercher à connoître le rapport entre la densité primitive, & les degrés de densité de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil de soie commence à isoler parfaitement cette balle.

Détermination de la densité électrique de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil commence à isoler parfaitement.

UNE application du calcul développé dans la première partie de ce Mémoire, & comparé avec le résultat de la première expérience de notre seconde table, suffira pour faire connoître la méthode que nous devons suivre dans cette recherche. Dans la première expérience de notre deuxième table, qui a commencé à dix heures, nous avons donné une égale quantité de fluide électrique aux deux balles, puisque ces balles sont égales, & que l'on a eu soin de les faire toucher après qu'elles ont été électrisées. La balle soutenue par l'aiguille, étant isolée au moyen de la gomme-laque, perdoit ce jour-là $\frac{1}{82}$ partie de son fluide électrique par minute, & perdoit ce fluide uniquement par le contact de l'air. La balle soutenue par le fil de soie, perdoit son électricité par le contact de l'air, & le long de son soutien idio-électrique imparfait: ce n'est qu'à peu-près vers dix heures quarante minutes, que le fil de soie a commencé à isoler parfaitement cette seconde balle, & pour lors, l'action répulsive des deux balles avoit pour mesure 40 degrés; mais à dix heures, au commencement de l'expérience, l'action répulsive des deux balles, chargées l'une & l'autre d'une égale quantité de fluide électrique, avoit pour mesure 180 degrés, ainsi que l'indique le premier essai de cette expérience: ainsi la densité électrique de

chaque balle, étoit à dix heures, proportionnelle à $\sqrt{180}$, puisque l'action, pour une distance constante, est toujours proportionnelle au produit des densités, & que les densités, au premier essai, étoient égales. Mais nous avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que le décroissement de l'électricité, dans le contact de l'air, étoit exprimé par

la formule $\frac{d\delta}{\delta} = m dt$, ou m dans notre première expérience $= \left(\frac{1}{82}\right)$; cette formule intégrée donne,

$\log. \left(\frac{D}{\delta}\right) = \frac{4343}{82} t$, où D est la densité primitive

de la balle, δ sa densité au bout d'un temps t , 0,4343, le module du système logarithmique décimal des tables ordi-

naires: ainsi l'on aura $\log. \delta = \log. D - \frac{0,4343}{82} t$;

ainsi, si nous cherchons ce qu'est devenue la densité D , après 40^m, lorsque le fil de soie commence à isoler parfaitement, nous trouvons, pour la balle de l'aiguille soutenue par la gomme-laque, & isolée parfaitement pendant toute l'expérience, en supposant $D = \sqrt{180}$, & $\log. \delta = 1$, $1276 - 2648 = 8628$. Ainsi δ ou la densité de la balle de l'aiguille, à 10^h 40, ayant été mesurée au commencement de l'expérience par $\sqrt{180} = 13,4$, étoit mesurée 40' après, par le nombre 7,3; mais puisque l'action des deux balles est toujours proportionnelle au produit de la densité, si l'on suppose Z , la densité de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil isole parfaitement, ou que l'action des deux balles a pour mesure 40 degrés; l'on

aura $7,3 Z = 40 \delta$, ou $Z = \frac{40}{7,3} = 5,5$: d'où l'on conclut que la densité électrique de la balle, soutenue par le fil de soie, de quinze pouces de longueur, a pour mesure les nombres 5,5, lorsque ce fil commence à isoler parfaitement, les deux balles étant à 30 degrés de distance

l'une de l'autre. D'après ce calcul, en comparant plusieurs expériences, j'ai trouvé qu'un petit cylindre de gomme-laque, de 18 lignes de longueur, ne cessoit d'isoler parfaitement, que lorsque la balle étoit chargée d'une densité électrique à peu-près triple de celle de notre fil de soie; c'est-à-dire, qu'en prenant le nombre 5, 5, pour la densité électrique de la balle, soutenue par notre fil de soie de quinze pouces de longueur, lorsqu'il commence à isoler parfaitement, il faudroit tripler à peu-près cette densité, pour avoir celle où un petit cylindre de gomme-laque de dix-huit lignes, commence à isoler parfaitement, & il cesse d'isoler lorsque la densité est plus forte: d'après cette théorie, il sera facile de déterminer, quand on le voudra, par l'expérience, le degré d'idio-électricité des différens corps dont on est dans l'usage de se servir pour isoler les corps électrisés. Les tentatives que j'ai faites à ce sujet, ne sont pas assez nombreuses pour en publier encore les résultats: l'on sent au surplus que ces résultats varient pour un même corps, avec la chaleur & l'humidité de l'air, & que chaque jour donne un rapport différent.

Après avoir trouvé que dans les soutiens idio-électriques imparfaits, il y avoit toujours un certain degré de densité électrique, au-dessous duquel ces soutiens isolent parfaitement, j'ai cherché, par les méthodes que je viens d'expliquer, quel étoit le rapport entre cette densité électrique & la longueur des soutiens; & l'expérience m'a appris que le degré de densité électrique où une soie, un cheveu, & tout corps cylindrique très-fin dont l'idio-électricité étoit imparfaite, commence à isoler, étoit pour le même état de l'air, proportionnel à la racine de la longueur; en sorte, par exemple, que si une soie d'un pied de longueur, commence à isoler le corps parfaitement, lorsque la densité est D , un fil de quatre pieds commencera à l'isoler lorsque sa densité sera $2 D$.

Ce que l'expérience nous apprend ici, se trouve conforme à la théorie, en supposant, comme nous l'avons prouvé,

prouvé dans nos deux premiers Mémoires, que l'action du fluide électrique suit la raison inverse du carré des distances, & que l'imperfection de l'idio-électricité des corps, dépend de la distance idio-électrique, à laquelle se trouvent les molécules conductrices qui entrent dans la composition du soutien idio-électrique imparfait, ou qui sont répandues le long de sa surface; que, par conséquent, pour que le fluide électrique passe d'une molécule conductrice à l'autre, il faut qu'il traverse un petit espace idio-électrique plus ou moins grand, suivant la nature du corps; que cet espace à traverser, oppose une résistance constante pour le même corps, parce que ces molécules conductrices sont distribuées uniformément, ou à une même distance l'une de l'autre. Ces suppositions admises, pour appliquer la théorie, l'on observera que, dans un fil très-fin, conducteur, le fluide électrique se distribueroit uniformément dans toute sa longueur; que si ce fil a un certain degré d'idio-électricité, & que le fluide y soit répandu suivant une loi quelconque, l'action qu'éprouveroit chaque point, dépendroit seulement de la densité électrique de la molécule en contact avec ce point, & que l'action du reste du fil, peut être regardée comme nulle. Voici la démonstration de ces deux propositions: dans la *fig. 1*, *fi* représente un fil, dont toutes les parties agissent l'une sur l'autre, suivant la raison inverse du carré des distances, la courbe *hM'*, représente la densité électrique de chaque point du fil; sur la longueur de ce fil, je prends deux portions *Pa* & *Pa'*, égales, finies, mais assez petites, pour que dans la pratique, *MNb* puisse être regardé comme un triangle.

$$\text{Soit } Mn = Pp = x, \frac{bN}{MN} = a, nm \text{ sera } = ax,$$

& l'action qu'éprouvera le point *M*, dont la densité est *D*, de la part du petit élément *dx*, placé en *p*, sera

$$\frac{Dax \cdot dx}{x^2} = Da \left(\frac{dx}{x} \right); \text{ intégrant cette quantité, \&}$$

supposant qu'elle s'évanouisse, quand $x = A$, l'on aura, pour l'action de toute la partie Pp, Da , $\log. (\frac{x}{A})$:

quantité qui fera une quantité finie, tant que A sera une quantité finie, mais qui deviendra infinie quand $A = 0$: d'où résulte, que l'action qu'éprouve le point P dépend uniquement de l'incrément de la densité dans l'élément qui touche le point P , & que la densité du reste de la ligne n'y influe pas; d'où résulte également que, si cette action dépend d'un fluide qui peut se mouvoir librement le long du fil, ou si ce fil est conducteur parfait, le fluide qui agit en raison inverse du carré des distances, se répandra uniformément tout du long de ce fil: nous déterminerons dans la suite la densité électrique de l'extrémité de ce fil.

Appliquons le résultat qui précède à la question actuelle: le globe en C (fig. 2) est soutenu au moyen du fil de soie AB , dont l'idio-électricité est imparfaite, c'est-à-dire, dont chaque élément oppose une résistance constante A , à l'écoulement de ce fluide; soit A' la masse électrique du globe, réunie à son centre; soit \mathcal{D} la densité électrique en p , l'on aura pour l'action totale avec laquelle le point p est repoussé

par le fluide électrique $\frac{A'\mathcal{D}}{(R+x)^2} - \frac{\mathcal{D}d\mathcal{D}}{dx}$, quantité

égale à la résistance idio-électrique B , du fil que nous avons vu devoir être une quantité constante. L'on prend $d\mathcal{D}$ négativement, parce que \mathcal{D} décroît à mesure que x augmente; mais nous prouverons, dans le Mémoire qui suivra celui-ci, que l'action du petit globe C électrisé, sur le point P , est incomparablement plus petite que l'action de l'élément dx multiplié par l'incrément de \mathcal{D} ; ainsi l'on peut, sans erreur sensible, négliger le premier terme

$\frac{A'\mathcal{D}}{(R+x)^2}$, & l'équation se réduira à $-\frac{\mathcal{D}d\mathcal{D}}{dx} = B$,

qui, intégrée, donne $K - \frac{\mathcal{D}^2}{2} = Bx$. Mais lorsque

PREMIÈRE TABLE pour déterminer la quantité d'Électricité perdue pendant une minute par le contact de l'air.

Mém. Acad. R. des Sc. année 1785, p. 634.

MOMENT de L'EXPERIENCE.	DISTANCE des BALLEs.	TORSION du MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre DEUX OBSERVATIONS consécutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	R A P P O R T DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant 1 minute, à la force moyenne du corps.
Matin.						
Première Expérience le 28 Mai. Hygromètre, 75 ^d ; Thermomètre, 15 ^d $\frac{1}{2}$; Baromètre, 28 ^p 3 ^l .						
1. ^{re} Essai.....	6 ^h 32' 30"	30.....	5 $\frac{1}{2}$	20.....	140.....	$\frac{1}{40}$
2. ^{me} Essai.....	6. 38. 15.	idem.....	6 $\frac{1}{2}$	20.....	120.....	$\frac{1}{33}$
3. ^{me} Essai.....	6. 44. 30.	id.....	8 $\frac{1}{2}$	20.....	100.....	$\frac{1}{33}$
4. ^{me} Essai.....	6. 53. 0.	id.....	10.....	20.....	80.....	$\frac{1}{42}$
5. ^{me} Essai.....	7. 3. 0.	id.....	14.....	20.....	60.....	$\frac{1}{40}$
6. ^{me} Essai.....	7. 17. 0.	id.....	20.....	20.....	60.....	$\frac{1}{42}$
Matin.						
Seconde Expérience le 29 Mai. Hygromètre, 69 ^d ; Thermomètre, 15 ^d $\frac{1}{2}$; Baromètre, 28 ^p 4 ^l .						
1. ^{re} Essai.....	5 ^h 4' 30"	30.....	7 $\frac{1}{2}$	20.....	150.....	$\frac{1}{56}$
2. ^{me} Essai.....	5. 53. 0.	idem.....	9 $\frac{1}{2}$	20.....	130.....	$\frac{1}{61}$
3. ^{me} Essai.....	6. 2. 30.	id.....	9 $\frac{1}{2}$	20.....	110.....	$\frac{1}{54}$
4. ^{me} Essai.....	6. 12. 15.	id.....	20 $\frac{1}{2}$	30.....	75.....	$\frac{1}{58}$
5. ^{me} Essai.....	6. 33. 30.	id.....	18.....	20.....	60.....	$\frac{1}{54}$
6. ^{me} Essai.....	6. 51. 0.	id.....	20.....	20.....	60.....	$\frac{1}{54}$
Matin.						
Troisième Expérience le 22 Juin. Hygromètre, 87 ^d ; Thermomètre, 15 ^d $\frac{1}{2}$; Baromètre, 27 ^p 11 ^l .						
1. ^{re} Essai.....	11 ^h 53' 45"	20.....	3.....	20.....	90.....	$\frac{1}{33\frac{1}{2}}$
2. ^{me} Essai.....	11. 56. 45.	idem.....	3.....	20.....	70.....	$\frac{1}{41}$
3. ^{me} Essai.....	11. 59. 45.	id.....	5 $\frac{1}{2}$	20.....	50.....	$\frac{1}{43\frac{1}{2}}$
4. ^{me} Essai.....	12. 5. 0.	id.....	11 $\frac{1}{4}$	25.....	28.....	$\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
5. ^{me} Essai.....	12. 16. 15.	id.....
Matin.						
Quatrième Expérience le 2 Juillet. Hygromètre, 80 ^d ; Thermomètre, 15 ^d $\frac{1}{2}$; Baromètre, 28 ^p 2 ^l .						
1. ^{re} Essai.....	7 ^h 43' 40"	20.....	5 $\frac{1}{2}$	20.....	90.....	$\frac{1}{14}$
2. ^{me} Essai.....	7. 49. 0.	idem.....	8 $\frac{3}{4}$	20.....	70.....	$\frac{1}{19}$
3. ^{me} Essai.....	7. 57. 20.	id.....	12.....	20.....	50.....	$\frac{1}{30}$
4. ^{me} Essai.....	8. 9. 15.	id.....	8 $\frac{1}{2}$	10.....	35.....	$\frac{1}{19}$
5. ^{me} Essai.....	8. 17. 30.	id.....

SECONDE TABLE, pour déterminer la perte de l'Electricité le long des soutiens idio-électriques imparfaits.

Mém. Acad. R. des Sc. année 1785, p. 634.

MOMENT de l'EXPERIENCE.	DISTANCE des BALLEs.	TORSION du MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre DEUX OBSERVATIONS consécutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE à celle qui reste au corps.
Première Expérience le 28 Mai.						
1. ^{re} Essai.....	10 ^h 0' 0"	30.....	150.....	2 ½.....	30.....	165.....
2. ^{me} Essai.....	10. 2. 30.	idem.....	120.....	5 ½.....	40.....	130.....
3. ^{me} Essai.....	10. 8. 0.	id.....	80.....	5.....	20.....	100.....
4. ^{me} Essai.....	10. 13. 0.	id.....	60.....	16 ½.....	40.....	70.....
5. ^{me} Essai.....	10. 29. 30.	id.....	20.....	21.....	20.....	40.....
6. ^{me} Essai.....	10. 59. 30.	id.....	0.....	16 ½.....	10.....	25.....
7. ^{me} Essai.....	11. 7. 0.	id.....	10.....			
Seconde Expérience le 29 Mai.						
1. ^{re} Essai.....	7 ^h 34' 0"	30.....	150.....	2' 40".....	20.....	170.....
2. ^{me} Essai.....	7. 36. 40.	idem.....	130.....	4. 50.....	20.....	150.....
3. ^{me} Essai.....	7. 41. 30.	id.....	110.....	6. 50.....	20.....	130.....
4. ^{me} Essai.....	7. 48. 20.	id.....	90.....	7. 25.....	20.....	110.....
5. ^{me} Essai.....	7. 55. 45.	id.....	70.....	11. 45.....	20.....	90.....
6. ^{me} Essai.....	8. 7. 30.	id.....	50.....	17. 30.....	20.....	70.....
7. ^{me} Essai.....	8. 25. 0.	id.....	30.....	17. 30.....	15.....	50.....
8. ^{me} Essai.....	8. 42. 30.	id.....	15.....	22. 30.....	14.....	38.....
9. ^{me} Essai.....	9. 5. 0.	id.....	1.....			

$x = 0$, δ devient D égale à la densité du globe, ainsi nous aurons l'équation générale $D^2 - \delta^2 = 2.Bx$; & si dans cette équation, l'on fait $\delta = 0$, elle donnera la longueur x , où le fil commence à isoler parfaitement, & l'on aura pour lors $x = \frac{D^2}{B}$: ainsi les longueurs de différens fils de soie, ou de soutiens quelconques idio-électriques imparfaits, sont entr'eux, comme le carré des densités; lorsqu'ils commencent à isoler parfaitement, ainsi que nous l'avons trouvé par l'expérience, il est facile de voir, d'après la formule, que la courbe qui représente dans notre figure, la densité de l'électricité pour chaque point du fil de soie, est une parabole dont l'axe est BA , dont le sommet est en B , point où la densité est nulle, & dont la concavité est tournée du côté de la balle; car, puisque nous avons $(D^2 - \delta^2) = Bx$, que $AB = (\frac{D^2}{B})$, l'on aura $Bp = (\frac{D^2}{B} - x) = z$ ou $x = (\frac{D^2}{B} - z)$; substituant cette valeur de x , dans notre équation, l'on aura $(\delta^2 = Bz)$, équation à la parabole, dont le sommet est en B , l'axe Bp , & dont le paramètre est B , quantité qui croît avec l'idio-électricité du soutien.

En réfléchissant sur la théorie que nous venons de présenter, il est facile de voir que la formule qui précède, détermine la disposition du fluide électrique le long du soutien idio-électrique imparfait, en supposant que l'on a communiqué, comme nous l'avons fait dans nos expériences, une certaine dose de fluide électrique au globe soutenu par la soie; parce que pour lors ce fluide se communiquant de proche en proche le long du soutien idio-électrique, se répandra jusqu'au point B , de manière que la répulsion du fluide soit dans tous les points exactement en équilibre avec le *maximum* de résistance que la force coercitive du soutien idio-électrique peut

opposer à l'écoulement de ce fluide. Mais il faut bien remarquer que comme ce *maximum* de résistance, est une force coërcitive & non active, que l'on peut comparer à la résistance d'un frottement; toute action répulsive du fluide électrique, moindre que le *maximum* de cette résistance, ne troublera point l'état de stabilité de ce fluide répandu suivant une loi quelconque, le long du soutien; en sorte que, si la ligne AD , qui représente dans la figure ci-jointe la densité du globe, reste constante, que l'on prolonge d'une quantité quelconque $B B'$, l'axe AB , & que l'on décrive une courbe de densité DB'

quelle qu'elle soit, pourvu que dans tous les points, $\frac{d^2 d^2}{dx^2}$

soit plus petit que B , le fluide électrique répandu le long de la ligne AB' , conservera son état de stabilité, sans couler d'un point à un autre; d'où l'on conclut qu'il y a toujours une infinité de courbes de densité DB' qui satisfont également à l'état de stabilité du fluide électrique répandu le long d'un soutien idio-électrique imparfait, & que la recherche générale de la disposition du fluide électrique dans un corps idio-électrique imparfait, est un problème indéterminé, qui, pour devenir déterminé, a besoin d'être soumis à quelques conditions particulières. Ainsi dans la courbe ADB , que nous avons trouvée, article qui précède, représentée par la formule $(D^2 - d^2) = Bx$, nous avons pour condition, que le *maximum* de la résistance idio-électrique étoit dans tous les points égal à la répulsion électrique; cette courbe, est en outre le cas particulier du problème général indéterminé, où l'axe AB est un *minimum*. En effet, puisque dans toutes les autres courbes de densité, il faut que

$\frac{d^2 d^2}{dx^2}$ soit plus petit que B , si dans la courbe DB l'on

faisoit varier un seul élément, pour que l'état de stabilité ne fût pas troublé en laissant dd constant, il faudroit

nécessairement pour que $\frac{d^2 \delta}{dx^2}$ fût plus petit que B , augmenter la quantité δx , & allonger l'axe de la courbe.

Il résulte encore de la théorie que nous venons d'expliquer, que dans tous les corps conducteurs où le fluide électrique se répand librement, la détermination de la densité du fluide électrique pour un point quelconque, est un problème déterminé; mais que pour les corps idio-électriques imparfaits, le problème est indéterminé, une de ses limites étant cependant fixée par l'état du fluide électrique lorsqu'il est disposé dans le corps idio-électrique imparfait, de manière que dans tous les points, l'action de ce fluide soit exactement en équilibre avec le *maximum* de résistance, que la force coercitive idio-électrique oppose, pour empêcher le fluide de couler d'un point à un autre.

Il est inutile d'avertir que d'après la théorie & les expériences qui précèdent, il faut dans plusieurs cas prendre beaucoup de précautions lorsque l'on veut avoir la force électrique d'un petit corps isolé par un soutien idio-électrique imparfait, & qu'il arrive souvent qu'après plusieurs expériences, sur-tout lorsque les premières ont été faites avec un degré de densité électrique très-considérable, le soutien idio-électrique se trouve chargé d'une certaine quantité d'électricité, dont il se dépouille difficilement, qui influe sensiblement ensuite sur les résultats; qu'à chaque expérience, il faut en même temps que l'on dépouille de son électricité le corps porté sur le soutien, en dépouiller, autant qu'il est possible, le soutien idio-électrique lui-même; qu'il faut changer de soutien à chaque expérience, lorsque la densité électrique que l'on communique est un peu forte; qu'enfin il faut toujours être sûr que le soutien a une force de résistance idio-électrique assez grande, pour que dans toutes les expériences, la quantité d'électricité dont il se chargera, soit beaucoup

plus petite que celle du corps conducteur dont on veut déterminer l'action.

Il est facile d'entrevoir que la théorie qui précède, peut être applicable au magnétisme; que dans une aiguille d'acier, par exemple, la disposition du fluide magnétique pour tous les états de stabilité, est un problème indéterminé, qui ne devient déterminé que par les conditions à remplir. Ainsi, par exemple, si l'on demande la meilleure manière d'aimanter une aiguille d'inclinaison ou de déclinaison, le problème à résoudre, consiste à donner au fluide magnétique de cette aiguille, parmi toutes les dispositions dont il est susceptible, sans troubler son état de stabilité, celle où le *momentum* de la force directrice aimantaire du globe de la Terre sur cette aiguille, est un *maximum*.

